

Respuesta vegetal al suministro de nutrientes

**Ing. Agr. (MSc.) José Martín Bordoli
Facultad de Agronomía
Universidad de la República
Uruguay**

BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA:

-RESPUESTA VEGETAL AL SUMINISTRO DE NUTRIENTES -
EVALUACIÓN, DE LA FERTILIDAD DEL SUELO. EDICIÓN
DOCENTE. CÓDIGO 680. (Rabuffetti, A. y J. Zamalvide).

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA:

-Black, C.A. 1993. Soil Fertility. Evaluation and Control.

Capítulos: 1 (Nutrients supplies and crop yields:
Response curves).

2 (Economics of fertilization).

-Cerrato , M.E. and A.M. Blackmer. 1990. Comparison of Models
for Describing Corn Yield Response to Nitrogen fertilizer.
Agron. J. 82: 138-143.

COMO LLEGAR A RECOMENDAR

DOSIS DE FERTILIZACIÓN:

- **La nutrición mineral es uno de los factores que afectan el crecimiento y desarrollo vegetal.**
- **A) SE DEBE MODIFICAR EL NIVEL DE FERTILIDAD DEL SUELO.**
- **B) EN CASO DE MODIFICARLO, CUANTIFICAR CON CUANTO, COMO, Y EN QUE MOMENTO HACERLO.**

PASOS METODOLÓGICOS:

- **1) CARACTERIZAR LA RESPUESTA VEGETAL AL SUMINISTRO DE NUTRIENTES (Funciones de respuesta).**
- **2) EVALUAR LA FERTILIDAD DEL SUELO.**
 - Selección de análisis de suelo.
 - Calibración de análisis de suelos.
 - Análisis de suelos.
 - Análisis de plantas.
- **3) FORMAS DE APLICACIÓN DE FERTILIZANTES**
- **4) RECOMENDACIÓN DE DOSIS DE FERTILIZANTES**

RESPUESTA VEGETAL AL SUMINISTRO **DE NUTRIENTES** **(Funciones de respuesta).**

1-Introducción

2-Ley del Mínimo (Modelo lineal plateau)

3-Modelo de Mitscherlich

4-Modelos polinomiales

- **Modelo cuadrático**
- **Modelo raíz cuadrada**
- **Modelo cuadrático plateau**

5- Cálculos económicos. (ejemplos)

6- Interacción entre nutrientes y factores de crecimiento.

- **-Modelos de varias variables**
- **(modelos generalizados)**

Introducción:

- Objetivos:

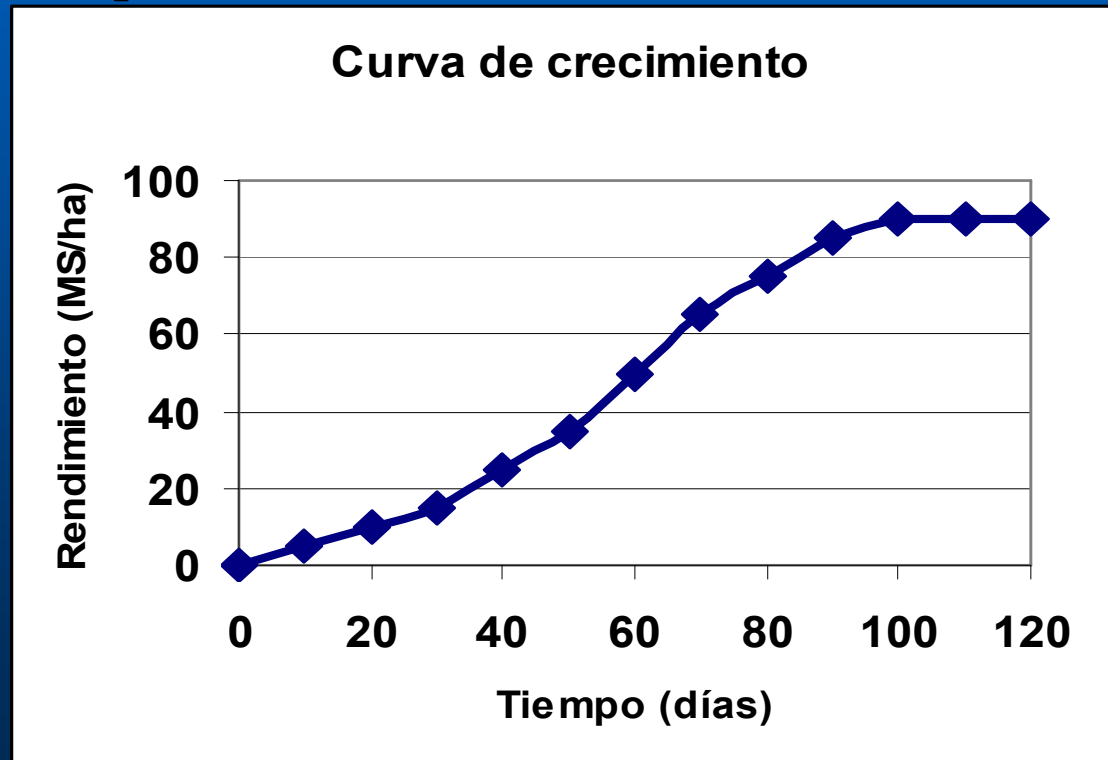
Describir la respuesta vegetal en función del suministro de nutrientes supone:

- **-establecer relaciones funcionales entre las variables**
- **-conocer el efecto de los demás factores de crecimiento en esas relaciones.**

Conceptos básicos

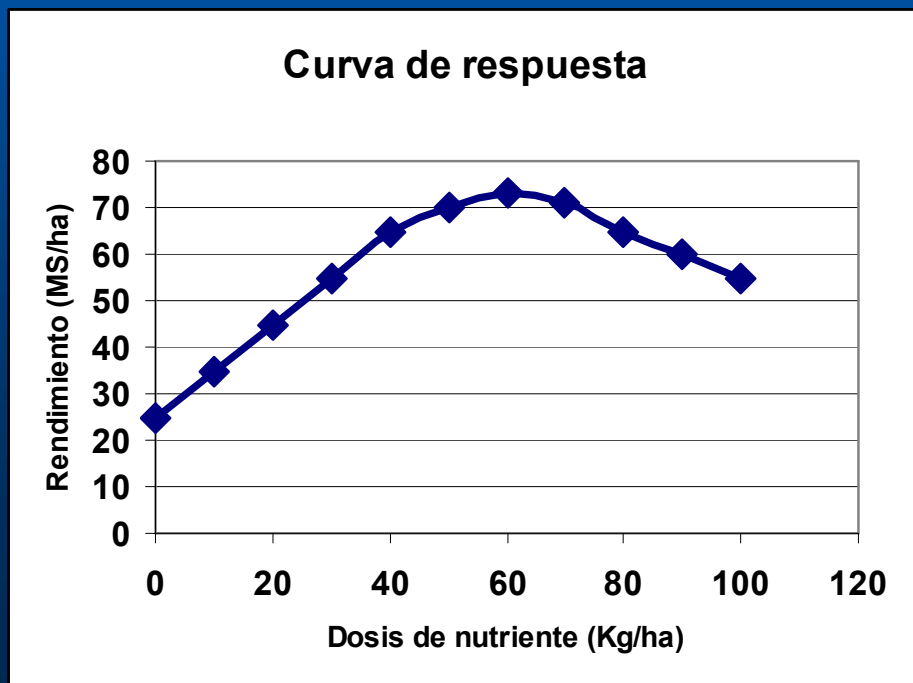
Curvas de crecimiento:

- rendimiento de materia seca contra tiempo (un nivel de nutriente por curva).



Curvas de respuesta:

- **rendimiento de materia seca en un momento seleccionado contra la cantidad de nutriente agregado (normalmente el momento seleccionado es la cosecha)**



1-Las curvas no empiezan de cero porque el suelo contiene nutrientes

2-Las curvas aumentan sólo hasta cierto punto:

- i) rendimiento máximo genético: todos los factores a un nivel óptimos para el crecimiento (difícil de alcanzar)**
- ii) rendimiento máximo con respecto a un nutriente "x": el rendimiento más alto que puede lograrse por el agregado de un nutriente "x" bajo un conjunto determinado de condiciones.**
 - cuando se ha intentado corregir todas las otras deficiencias nutricionales.**
 - cuando se ha intentado corregir algunas pero no todas las otras deficiencias nutricionales.**
 - cuando no se ha intentado corregir otras deficiencias de nutrientes.**

3-Las curvas se describen a menudo como funciones

- un ejemplo simple: $y = f(x)$
- donde x = la cantidad de nutriente agregado e y =rendimiento
- un ejemplo complejo: $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100})$ donde x_1 es la cantidad de N agregado, x_2 = la cantidad de P y otros x 's describen el clima, las pestes, el suelo, etc., ..., etc.

4-Estas funciones son a menudo llamadas "Funciones de Producción" por los economistas.

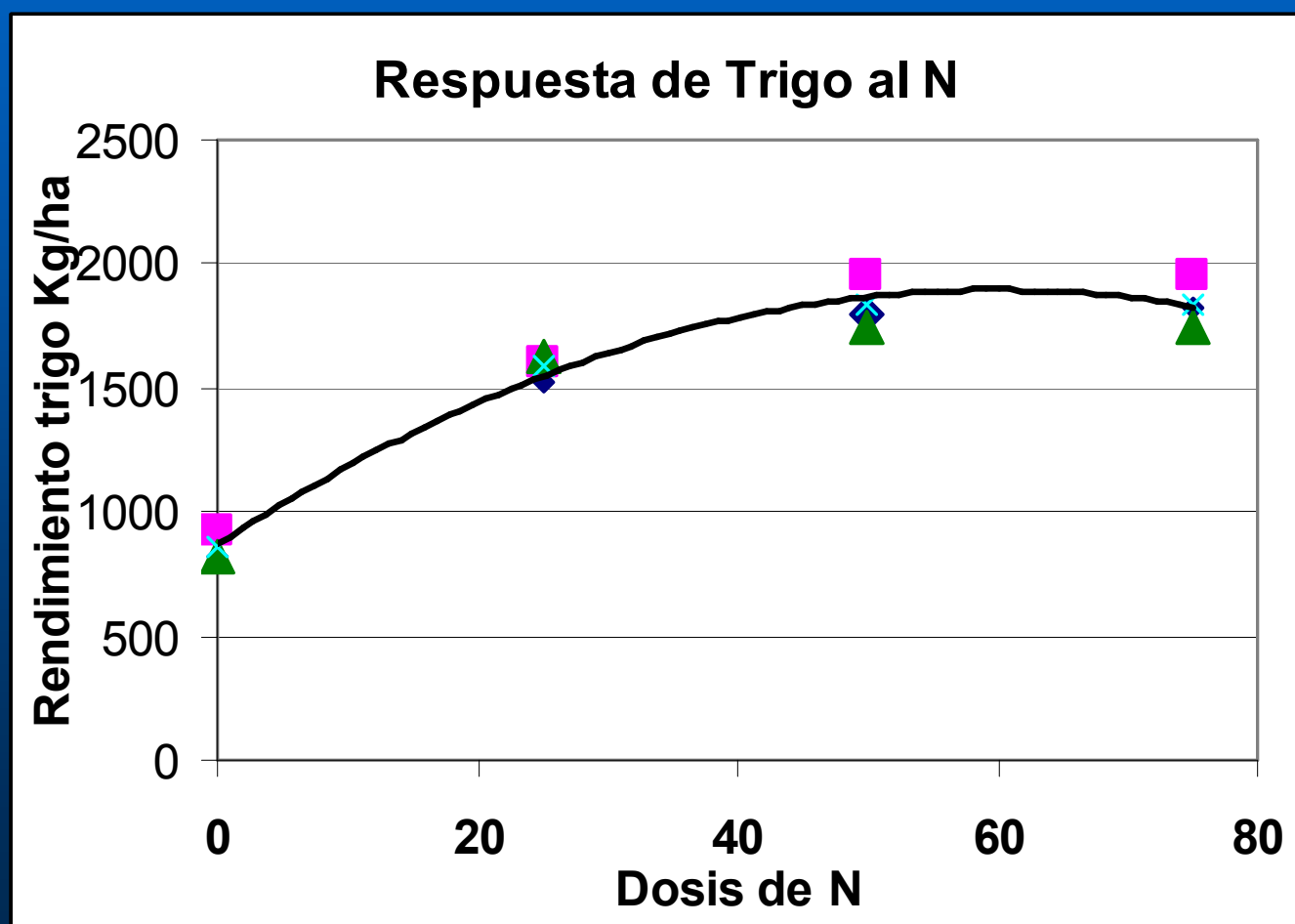
■

- ***Cerrato y Blackmer (1990): "... la determinación de la dosis óptima de fertilización, directa o indirectamente, involucra el ajuste de algún tipo de modelo a los datos de rendimiento obtenidos cuando se han aplicado varias dosis de fertilizante"***
- **Por lo tanto, es muy importante utilizar el modelo mas apropiado.**

Introducción:

- Problemas de los procesos biológicos:
- A diferencia con las ciencias exactas, en biología no hay una ley "teórica" sino que a partir de datos de la realidad se ajustan modelos "explicativos":
- La forma precisa de la respuesta no se conoce con certeza por:
 - -inadecuada información de los factores causales y sus interacciones.
 - -las respuesta son discontinuas.
 - -las respuestas se "muestran" a intervalos.
 - -las respuestas presentan error experimental.

Dosis N	R1	R2	R3	PROM
0	820	930	820	857
25	1520	1600	1630	1583
50	1800	1950	1750	1833
75	1820	1950	1750	1840



Ejemplo de modelos usados
normalmente para describir curvas de
respuesta

2-Ley del Mínimo (Modelo lineal plateau)

3-Modelo de Mitscherlich

4-Modelos polinomiales

- **Modelo cuadrático**
- **Modelo raíz cuadrada**
- **Modelo cuadrático plateau**

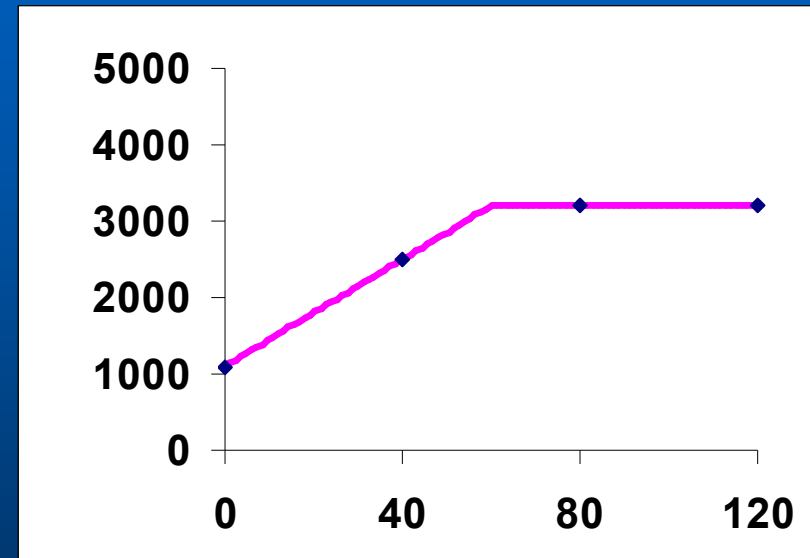
LEY DEL MINIMO (LIEBIG, 1855)

(Modelo lineal plateau)

- - Si un nutriente se encuentra ausente o deficiente, estando todos los demás presentes, el suelo será deficiente para todos aquellos cultivos que requieren ese nutriente. (no hay substitución)
- - Con iguales condiciones atmosféricas, los rendimientos son directamente proporcionales al suministro de nutriente mineral.
- (respuesta lineal ?, retornos constantes)
- -En un suelo rico en nutrientes minerales el rendimiento no aumenta por agregados de la misma sustancia. (plateau).

Modelo lineal plateau

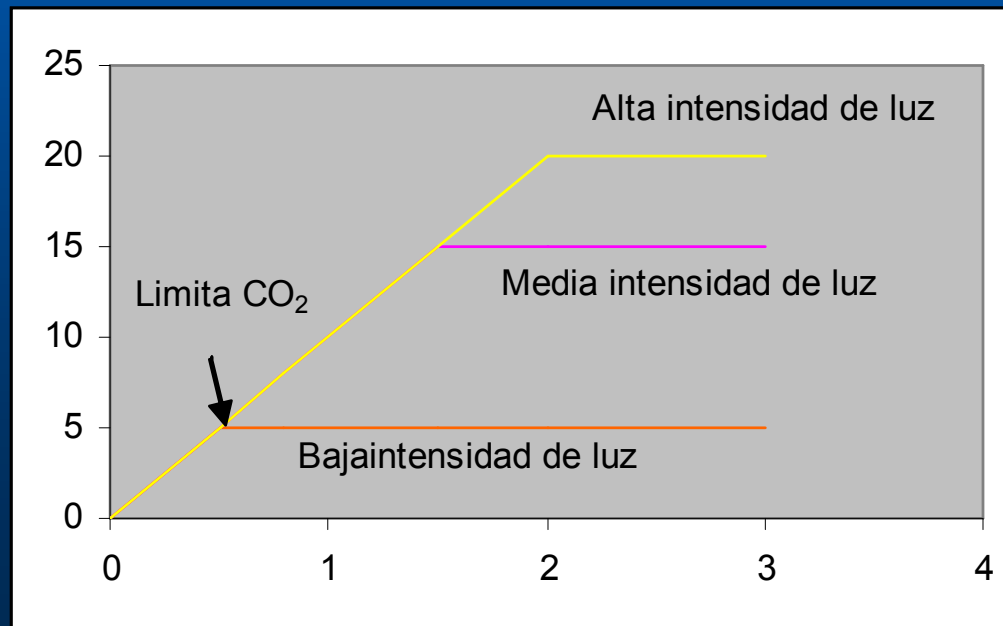
- -Si $x=0$; $y=0$
- - $y = f(x)$ si $0 < x < x_1$
- $y = a+bx$
- Si $x < x_1$ (60 unidades)



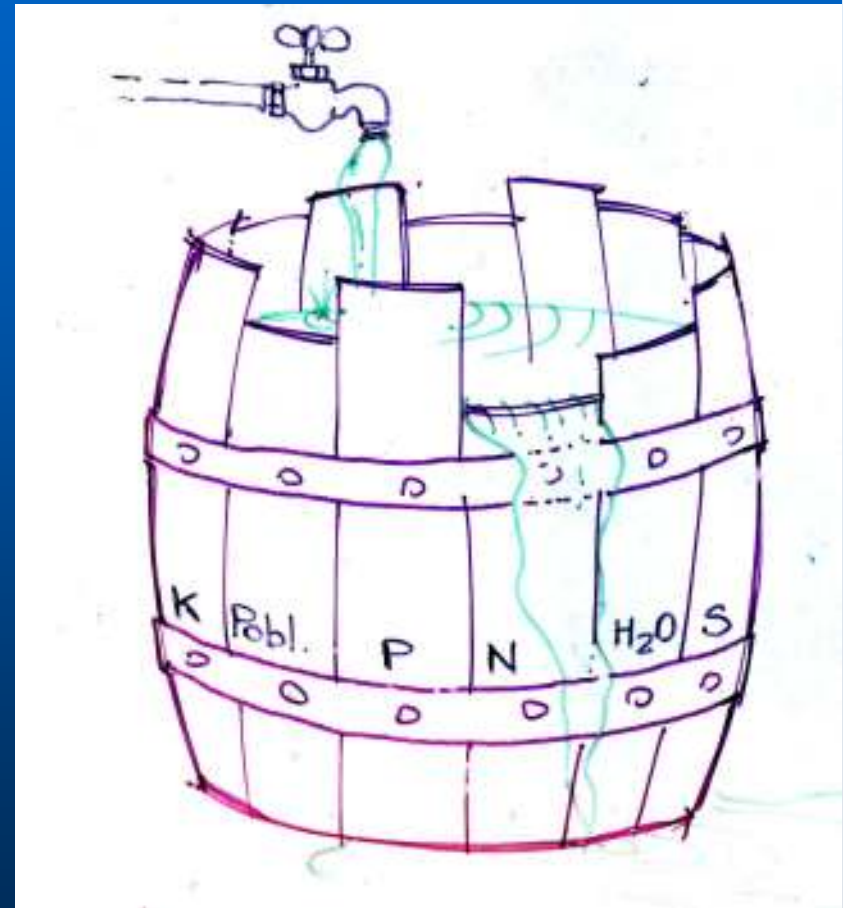
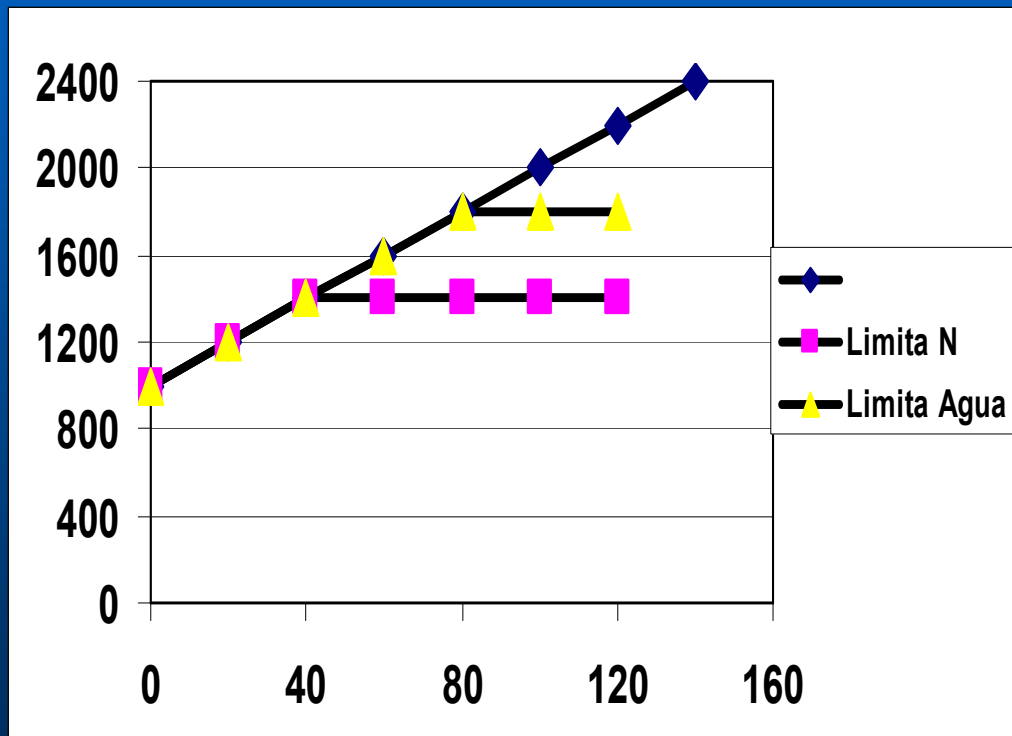
- $y = \text{constante}$ si $x > x_1$

Generalización para otros factores (Blackman, 1905)

- Cuando un proceso está determinado por un cierto número de factores, la velocidad del mismo va a estar limitada por el proceso más lento. (no hay interacción)

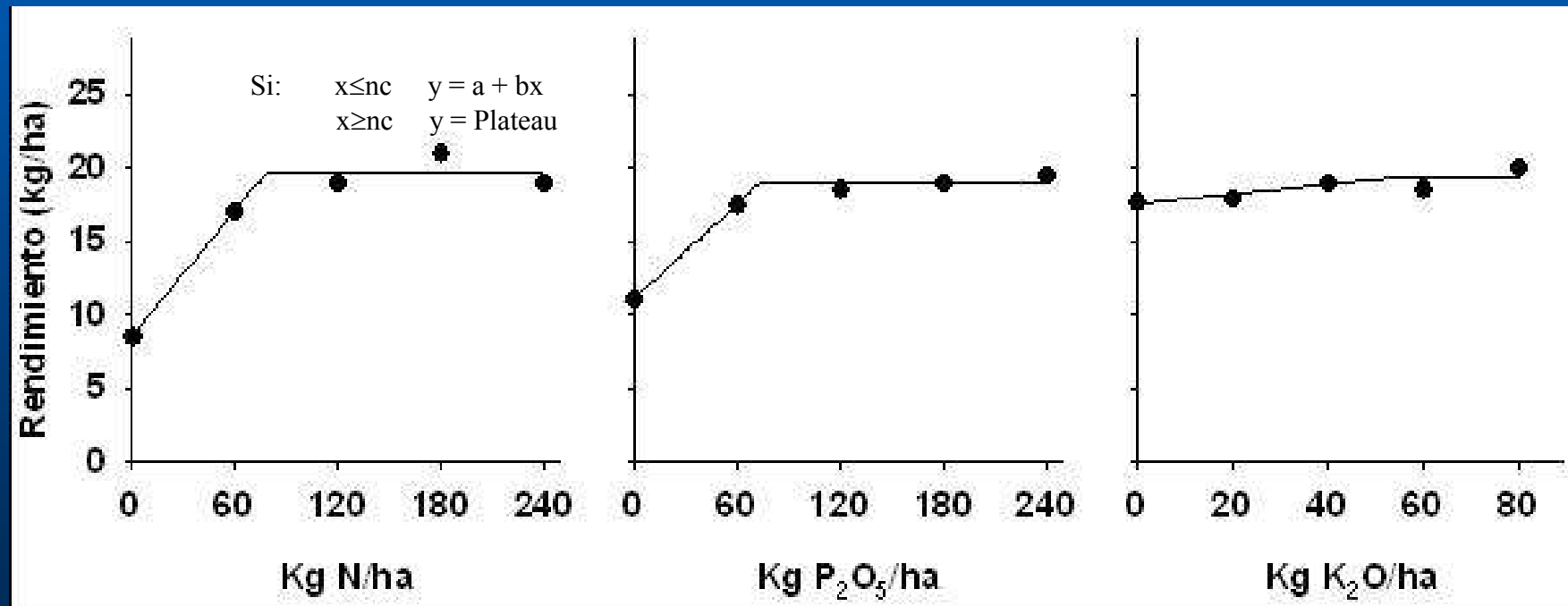


Ley del mínimo



Respuesta a cada nutriente con los otros no limitantes (Ej: respuesta a N con P y K no limitante)

- No hay interacción entre nutrientes
- No hay sustitución de un nutriente por otro



$$\begin{array}{ll} \text{Si: } x \leq n_c & y = a + bx \\ & x \geq n_c \quad y = \text{Plateau} \end{array}$$

	a	b	Plateau	R ²	Nivel crítico
Respuesta a N	8.5	0.14	19.7	0.97	79
Respuesta a P	11.1	0.11	19.0	0.99	74
Respuesta a K	17.6	0.03	19.3	0.63	52

MITSCHERLICH (1909)

- -El incremento de cosecha obtenido por unidad de incremento en el suministro de nutriente disminuye a medida que la cosecha actual se aproxima a la máxima cosecha obtenible cuando dicho nutriente no es limitante.
- (el incremento es proporcional al decrecimiento respecto al máximo, incrementos decrecientes).

- $dy/dx_1 = C (A-y)$

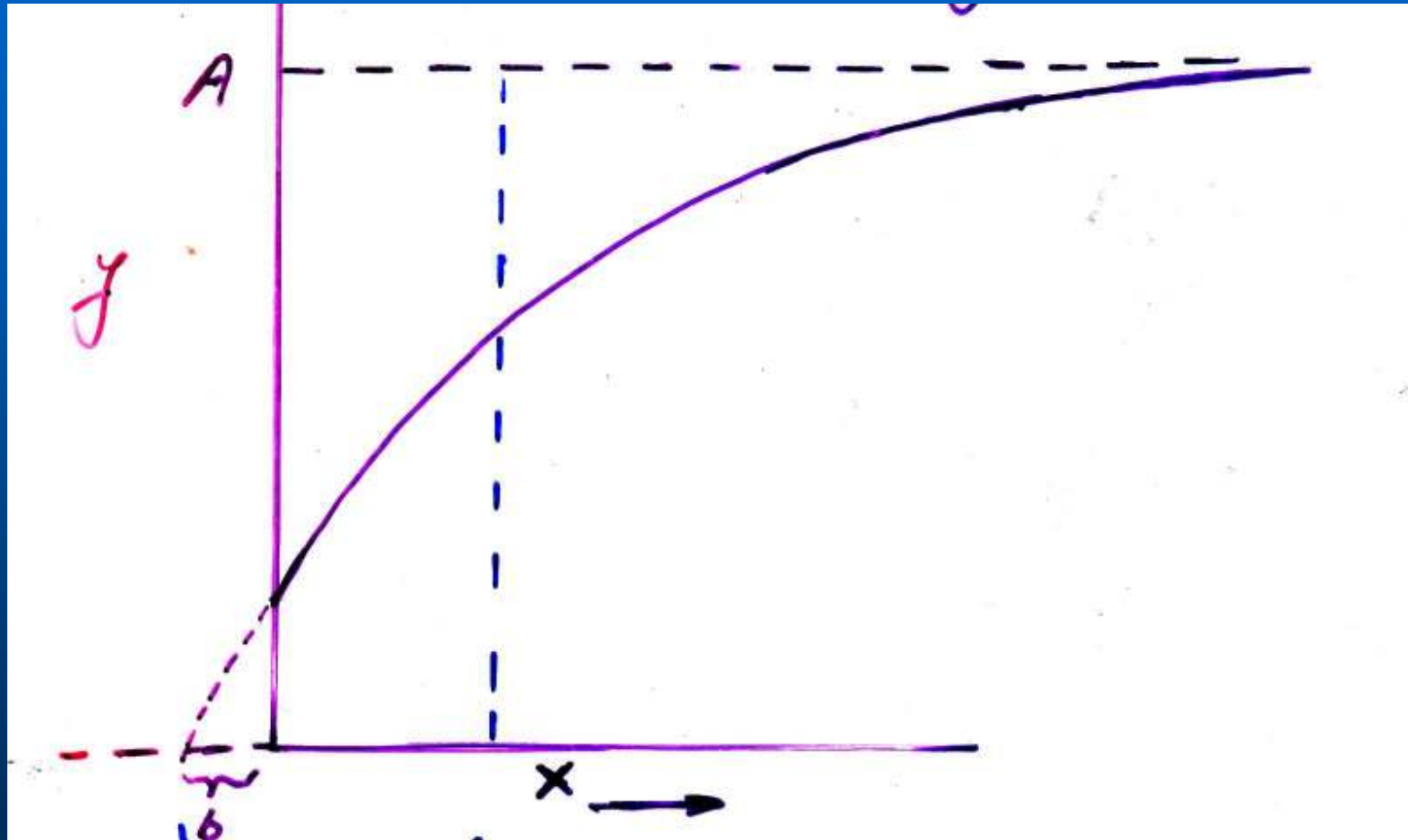
Integrado y separando efectos x_1 en x y b :

- $\log (A-y) = \log A - C (x+b)$
- $y = A (1-10^{-c (x+b)})$

Significado biológico:

- **A= rendimiento máximo.**
- **C= factor de proporcionalidad (eficiencia).**
- **X= nutriente agregado.**
- **b= nutriente proveniente del suelo y la semilla.**
- **Propone la constancia de C para cada nutriente (1923).**

Factor A y b (x e y)



Factor c : eficiencia (proporcionalidad)

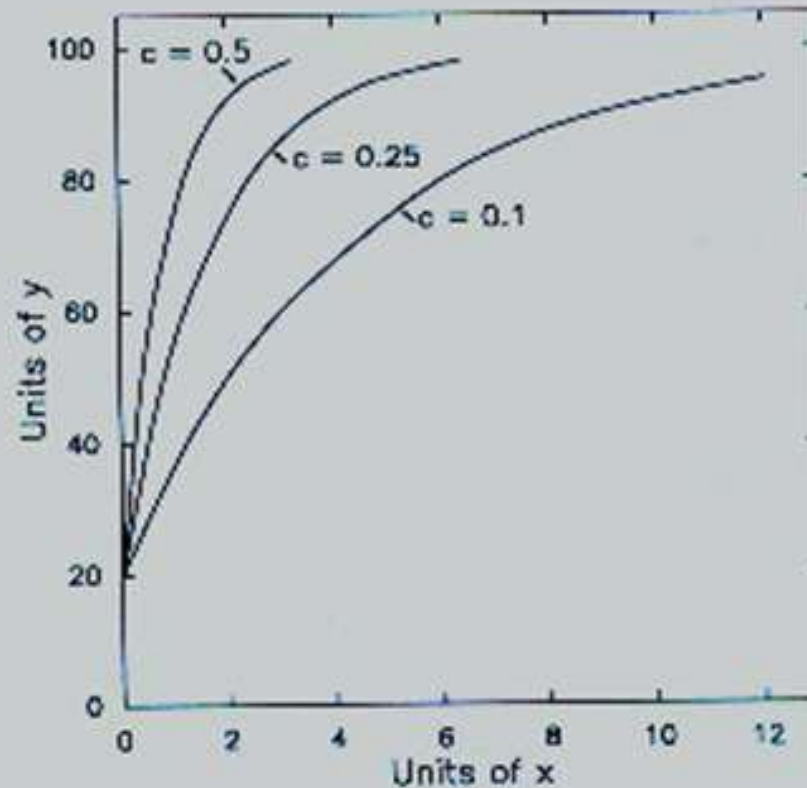


Fig. 1-3. Hypothetical response curves showing the effect of the magnitude of the c value in the Mitscherlich equation under circumstances in which the yield without fertilization is 20 and the maximum yield A is 100.

Consecuencias de la constancia de C

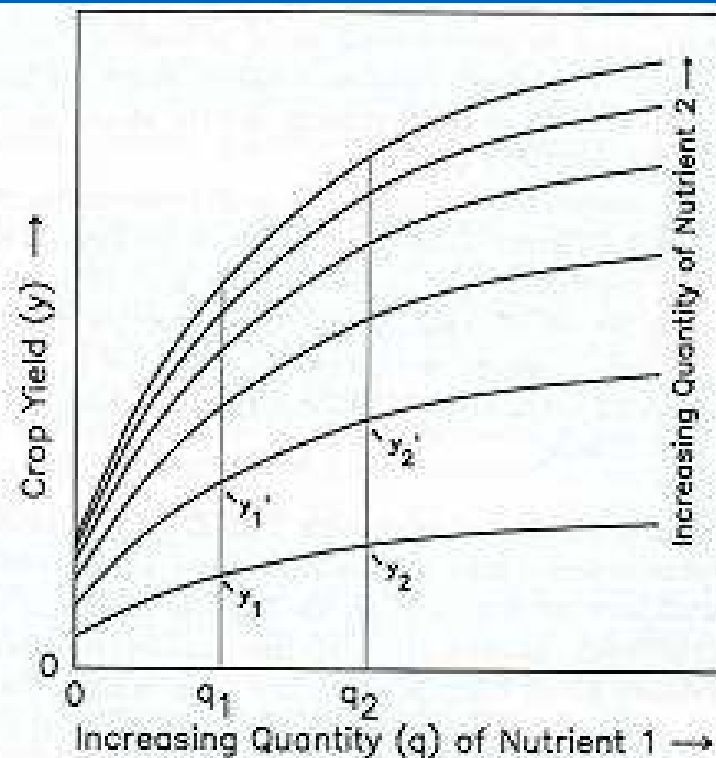
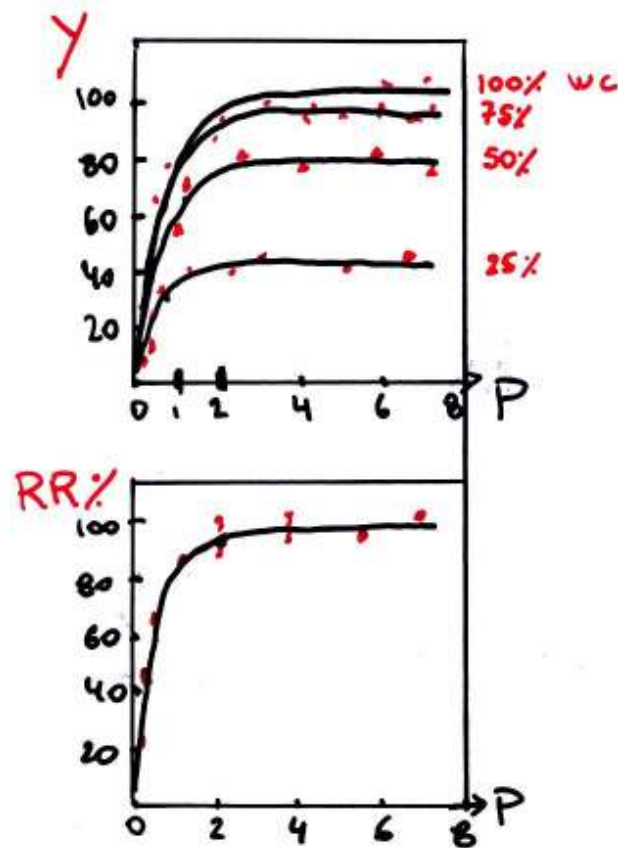
$$y'_1 / y_1 = y'_2 / y_2 = 2 \qquad y_2 / y_1 = y'_2 / y'_1$$


Fig. 1-4. Hypothetical response curves showing crop yields versus the quantity of nutrient 1 at increasing quantities of nutrient 2 where the value of c in the Mitscherlich equation is constant for each nutrient.

Concepto de % de suficiencia: Hay una relación entre status de nutriente en el suelo y rendimientos relativos. **(si C es constante)**



Mitscherlich (1947)

Valores de C: K=0,48 P=1,37

Ej: Trigo (kg/ha): $\log (3100-y) = \log 3100 - 1.37 (x+ 0.52)$

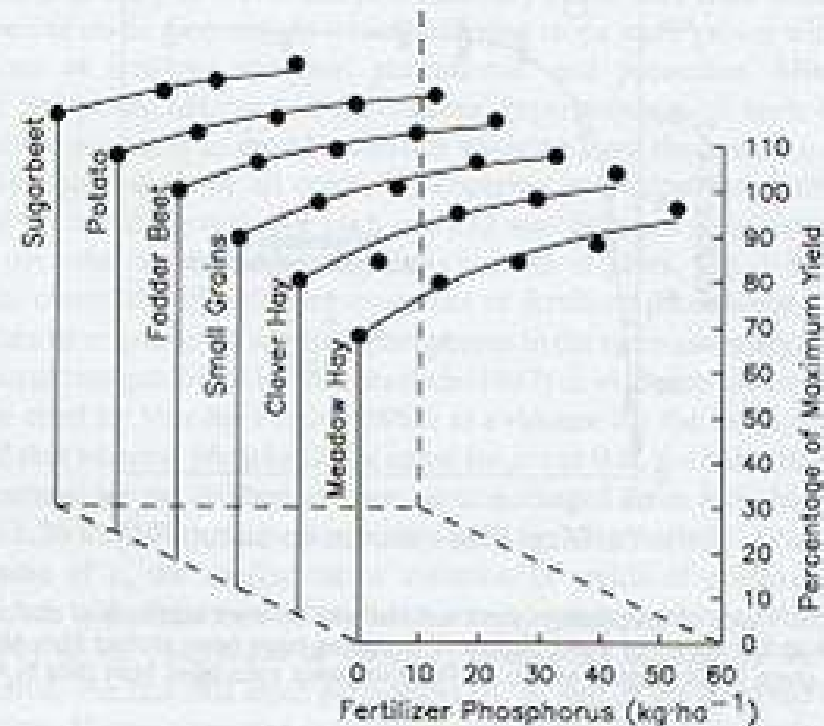
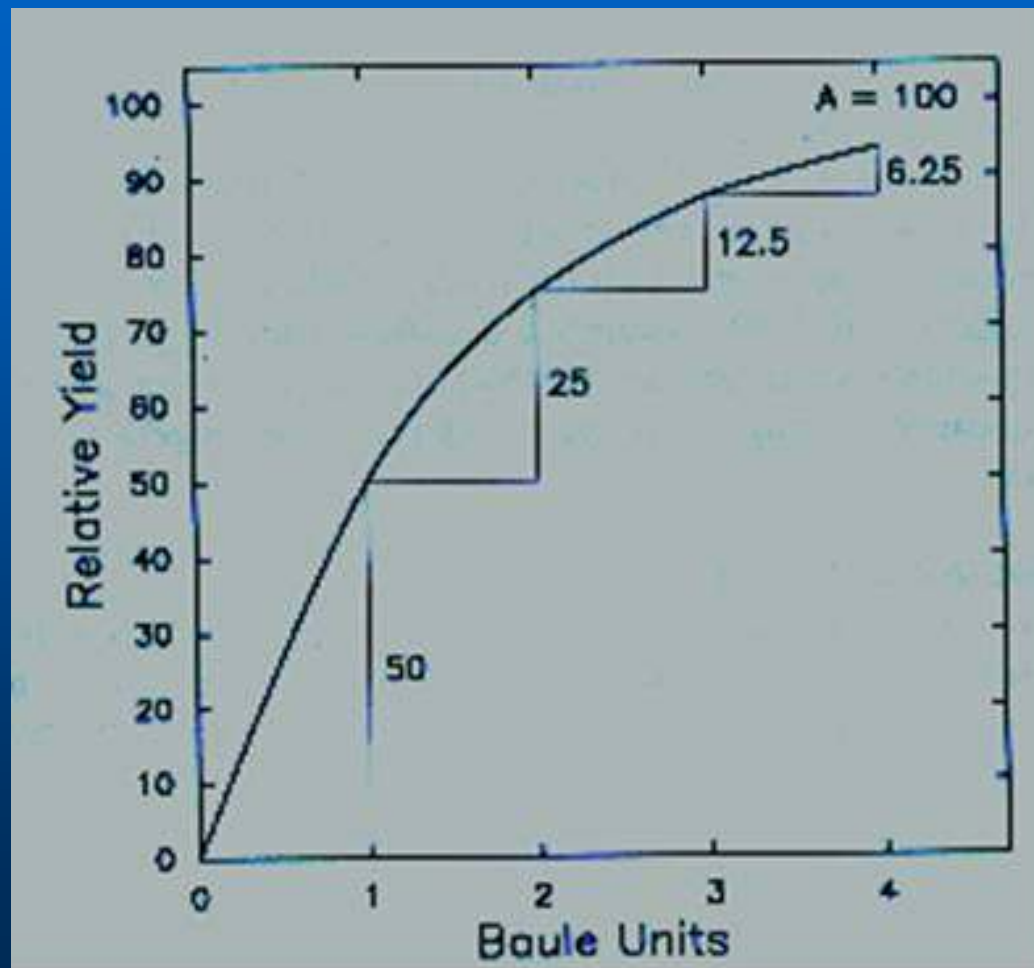


Fig. 1-8. The percentages of the maximum yields of crops in field experiments in Germany with different additions of fertilizer phosphorus (data points), and the yields as calculated from the Mitscherlich equation (solid lines) with the c value of 1.37 hectares per 100 kilograms or per 0.1 megagram, which was Mitscherlich's standard c value for phosphorus. The results shown represent 1,535 experiments with meadow hay, 105 experiments with clover hay, 3,045 experiments with small grains (rye, oat, wheat, and barley), 600 experiments with fodder beet, 1,642 experiments with potato, and 238 experiments with sugarbeet. (Mitscherlich, 1947)

Baule (1918) Efecto cantidad:

- Expresó los rendimientos en forma relativa.
- Cantidad de nutriente para producir $\frac{1}{2}$ del máximo Y.
- $x+b=1$ si $y=0.5 A$
- $\log (A-0.5A) = \log A - C$
- $\log A/0.5A = \log 2 = \underline{0.301} = C$
- Las Unidades Baule 1, 2, 3 ... dan una serie geométrica 0.5 A; 0.75 A; 0.875 A; etc.

Unidades Baule de 1, 2, 3 ... dan una serie geométrica 0.5 A; 0.75 A; 0.875 A



Segunda aproximación de Mitscherlich
para describir depresión de
rendimientos por exceso de nutrientes
(Baule):

$$y = A (1 - 10^{-c x}) (10^{-K x^2})$$

Generalización del modelo de Mitscherlich para incluir todos los factores de crecimiento (Baule):

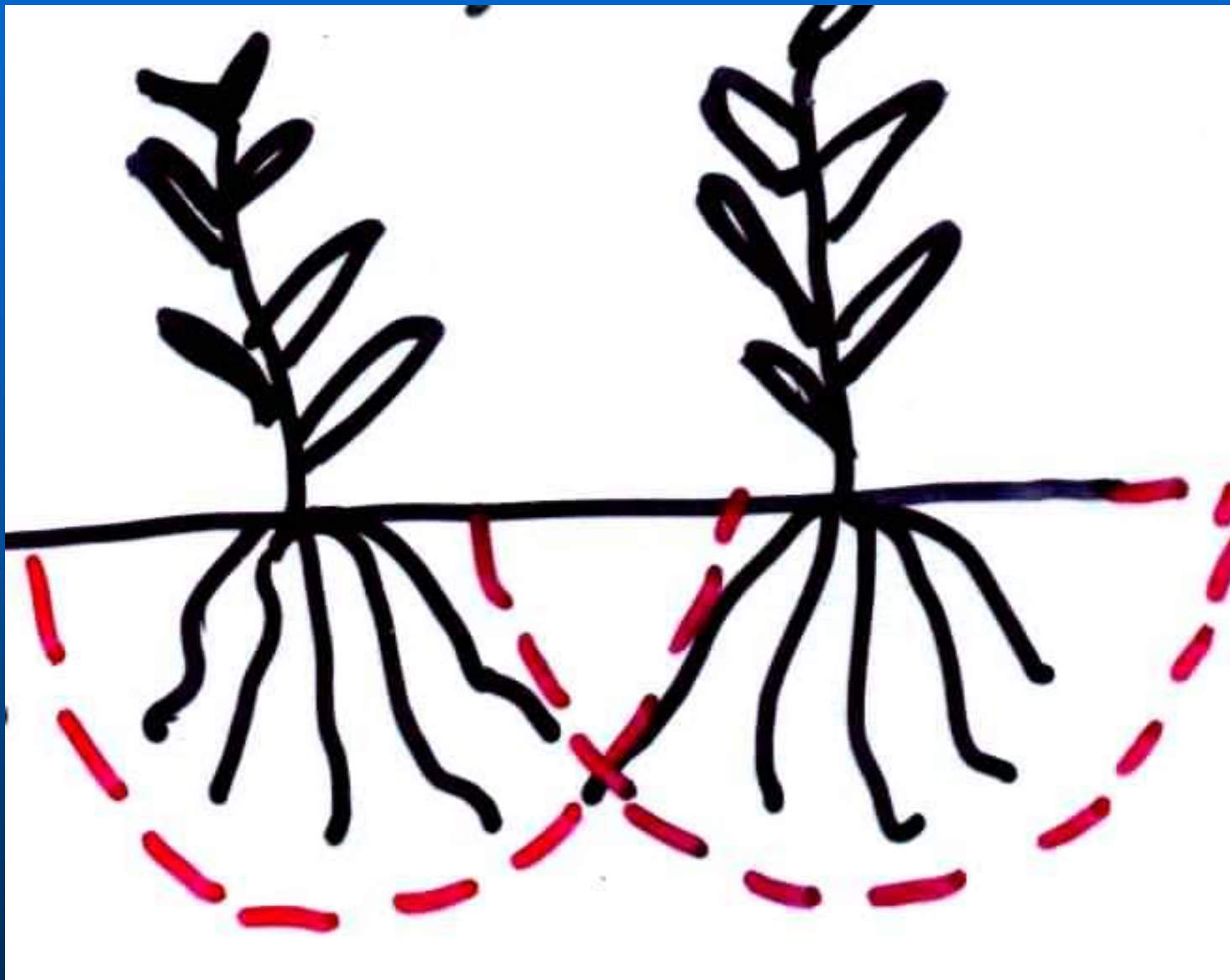
- Concepto multiplicativo
- $y = A \text{ máx.} \frac{(1-10^{-c_1 x_1})}{(1-10^{-c_3 x_3})} \frac{(1-10^{-c_2 x_2})}{(1-10^{-c_n x_n})}$
- Ej: $P = 0.9 A \text{ máx.}$
- $K = 0.5 A \text{ máx.}$
- $0.9 * 0.5 = 0.45 A \text{ máx.}$
- Hay interacción entre nutrientes
- Hay cierta substitución entre nutrientes.

Concepto de movilidad de nutrientes (Bray 1954, 1963)

- Intento de resolver la diferencia de conceptos entre Liebig (concepto de nutriente limitante) y Mitscherlich (concepto de % de suficiencia).
- Nutrientes móviles (NO_3^-) tienden a seguir “concepto de nutriente limitante”.
- Nutrientes inmóviles (P, K) tienden a seguir “% de suficiencia”.

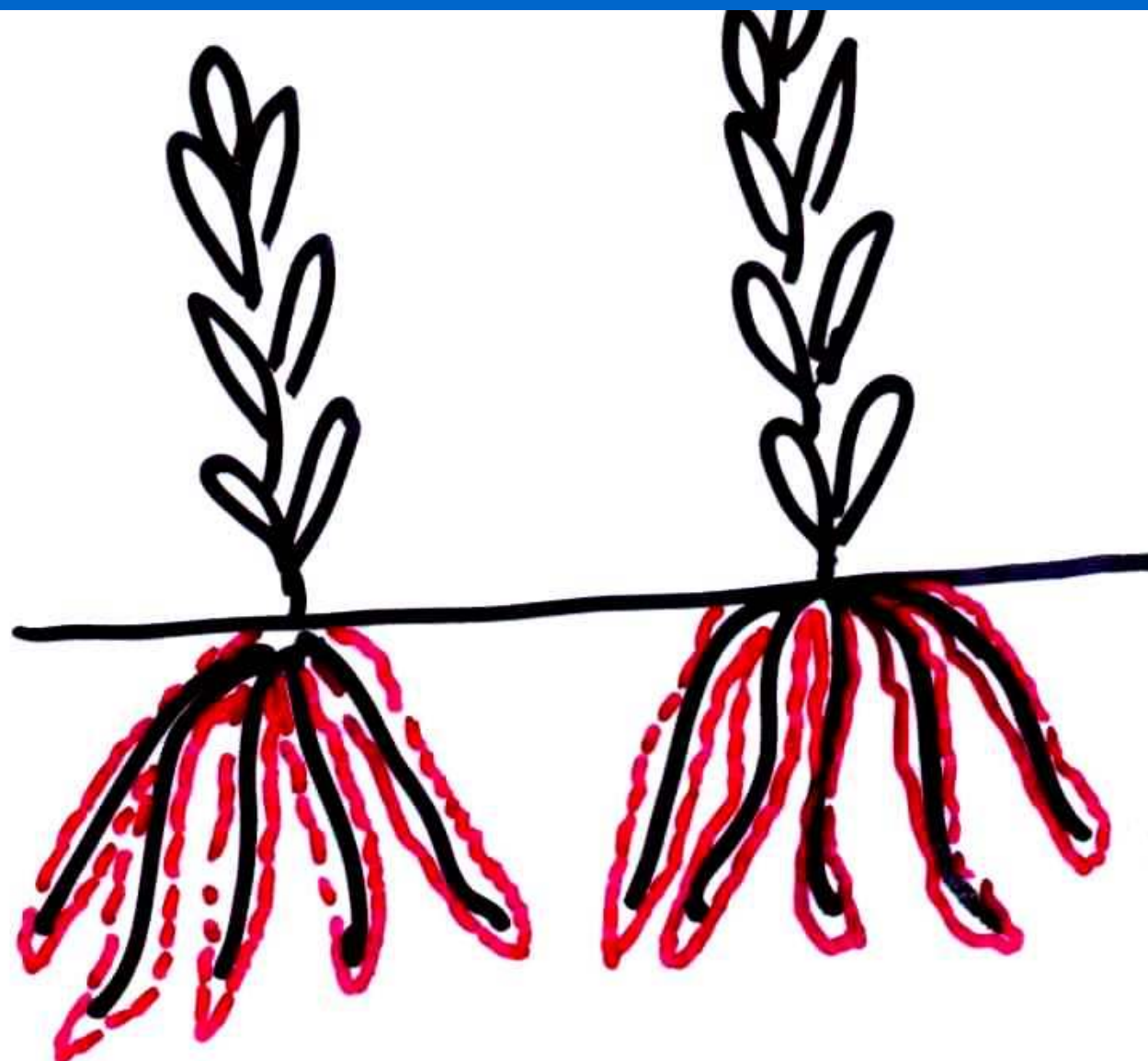
Absorción en la zona de raíces:

- La absorción se realiza en el volumen total de suelo entre la mayor parte del sistema radicular.
- Nutrientes móviles.
- Las raíces remueven cuantitativamente el nutriente (los requerimientos de nutrientes son determinados por el rendimiento (y)).
- Las raíces compiten entre sí.



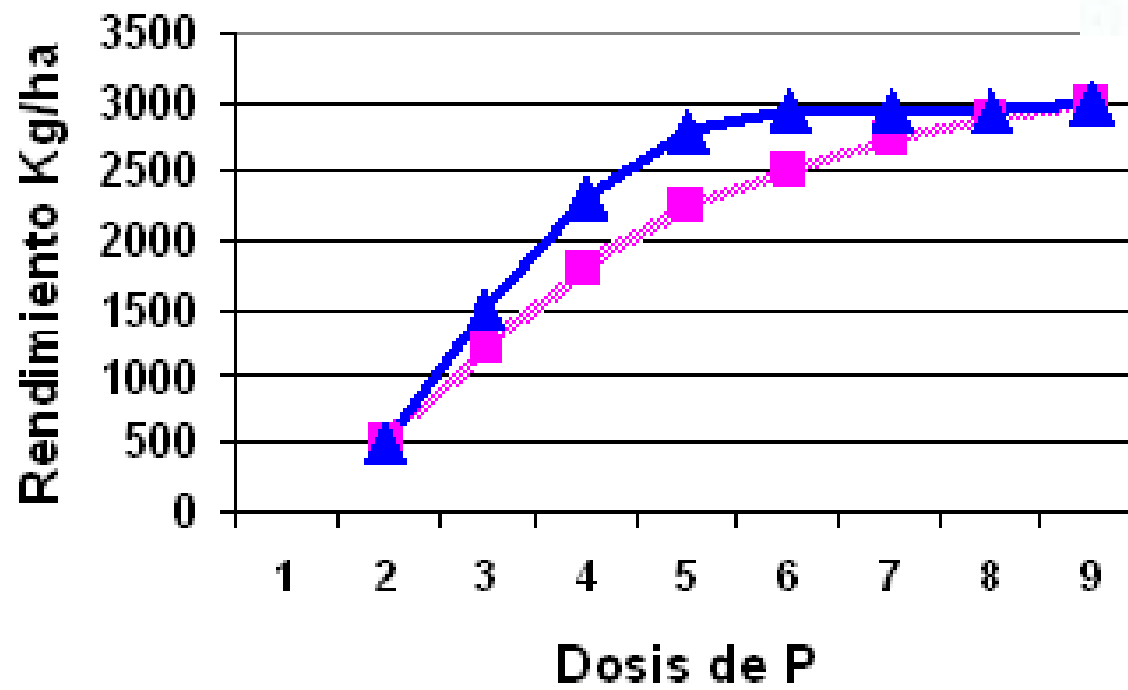
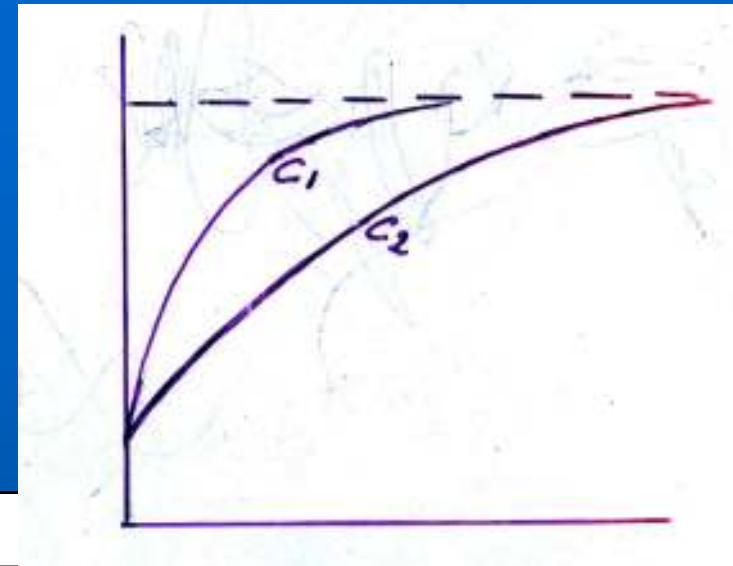
Absorción en la superficie de raíces:

- Los nutrientes son absorbidos desde un pequeño volumen de suelo adyacente a las raíces o pelos radiculares.
- Nutrientes inmóviles.
- Las raíces remueven sólo una pequeña porción de los nutrientes potencialmente disponibles.
- Poca o nula competencia entre plantas.



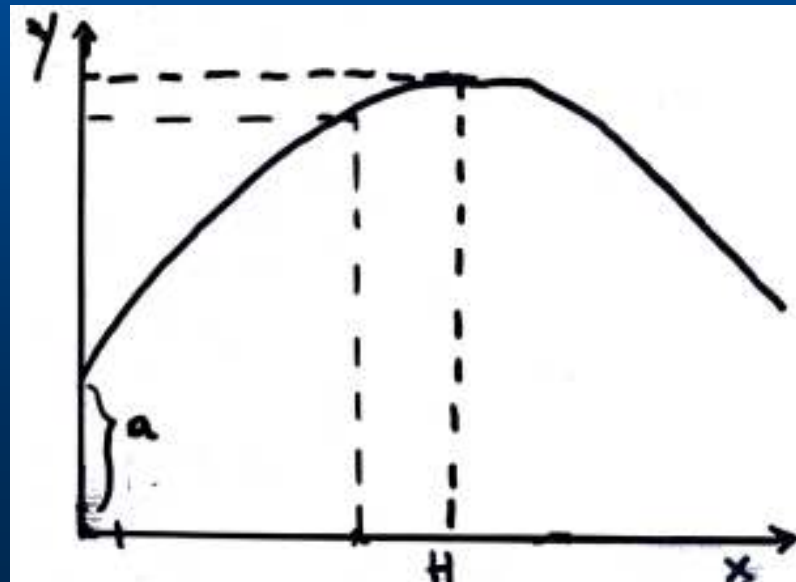
Constancia de C:

- **No todos los nutrientes siguen el concepto de “% de suficiencia”.**
- La constancia para C en nutrientes inmóviles es imposible si los móviles son deficientes.
- **C varía** con el tipo de cultivo (diferentes sistemas radiculares).
- C varía con población y distribución de plantas.
- C varía con la forma de aplicación del fertilizante (diferencias en eficiencia)
- C varía con diferentes fuentes del nutriente en el mismo suelo y en diferentes suelos para la misma fuente.



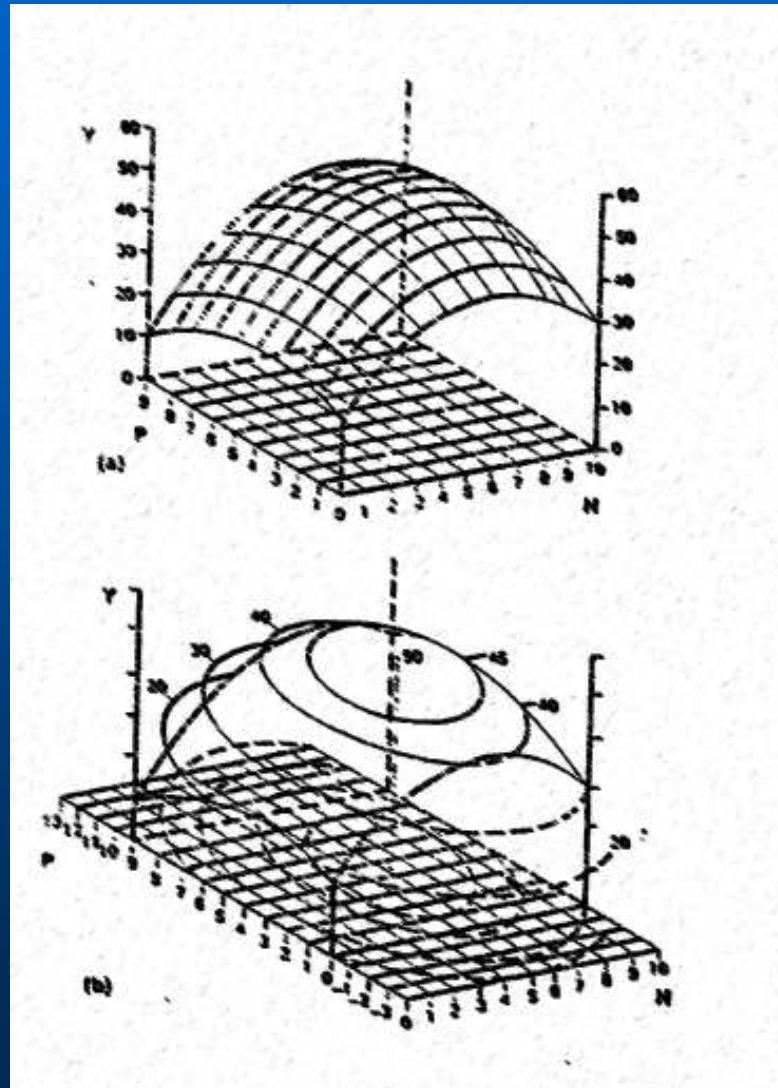
FUNCIONES POLINOMIALES

- Ecuación Cuadrática
- $dy/dx = k (H-x)$
- $y = a + bx - cx^2$
- $x \text{ para } y \text{ máx} = b / 2c$



Ecuación cuadrática generalizada

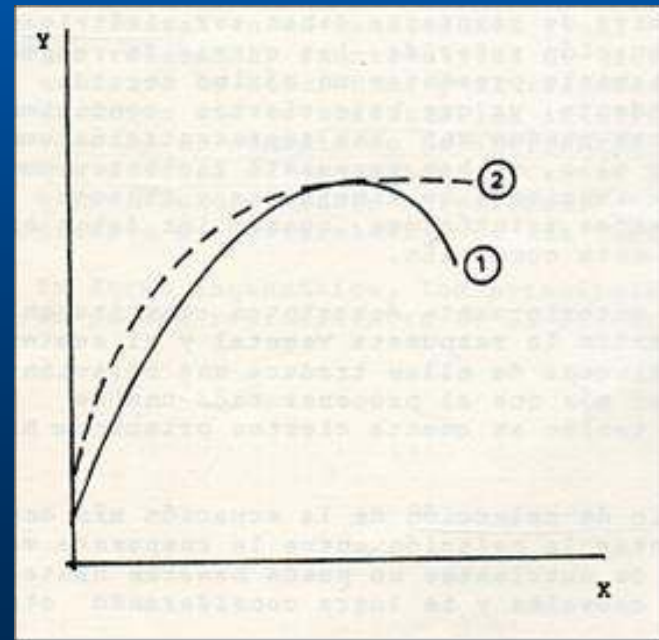
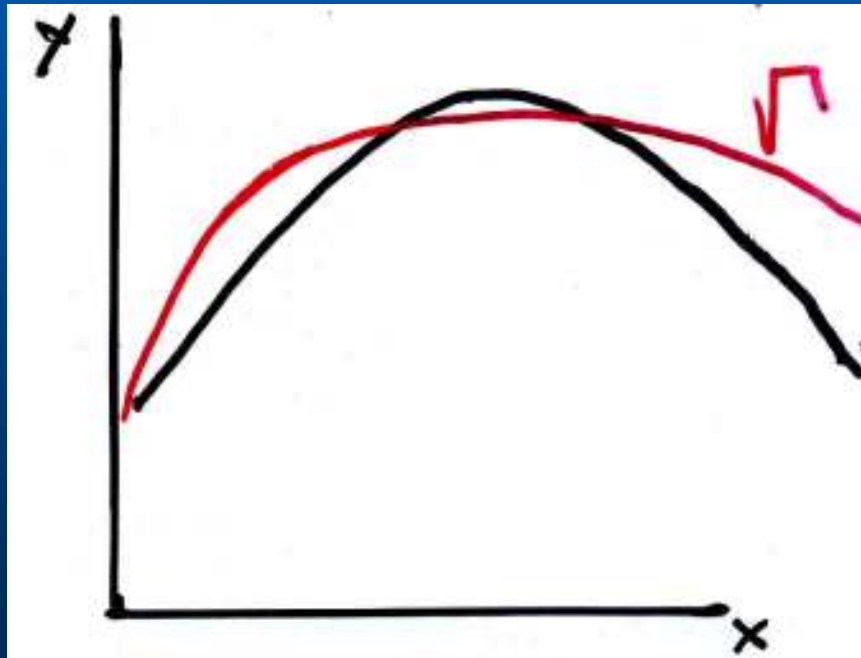
$$y = a + b N - c N^2 + d P - e P^2 + f NP$$



OTROS MODELOS

■ Raíz Cuadrada

- $y = a + b x^{0.5} - c x$



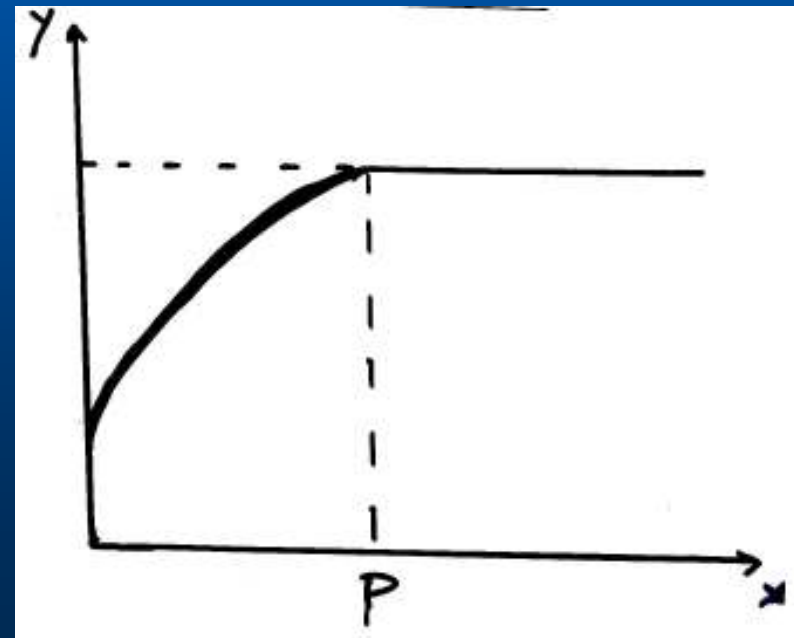
- FUNCIONES SEGMENTADAS
("discontinuas")

- Cuadrática con plateau

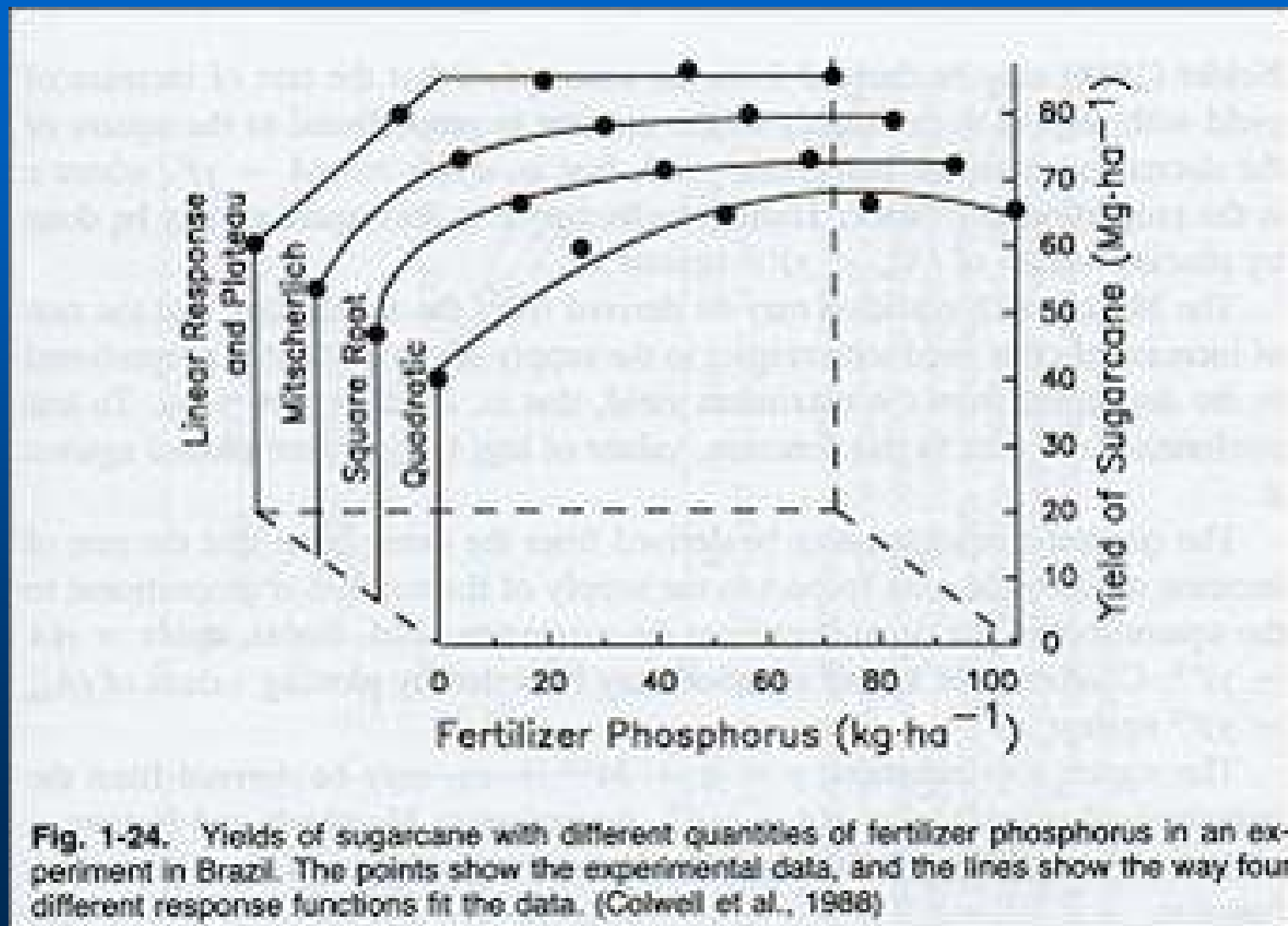
- $y = a + bx - cx^2$

- para $x < p$

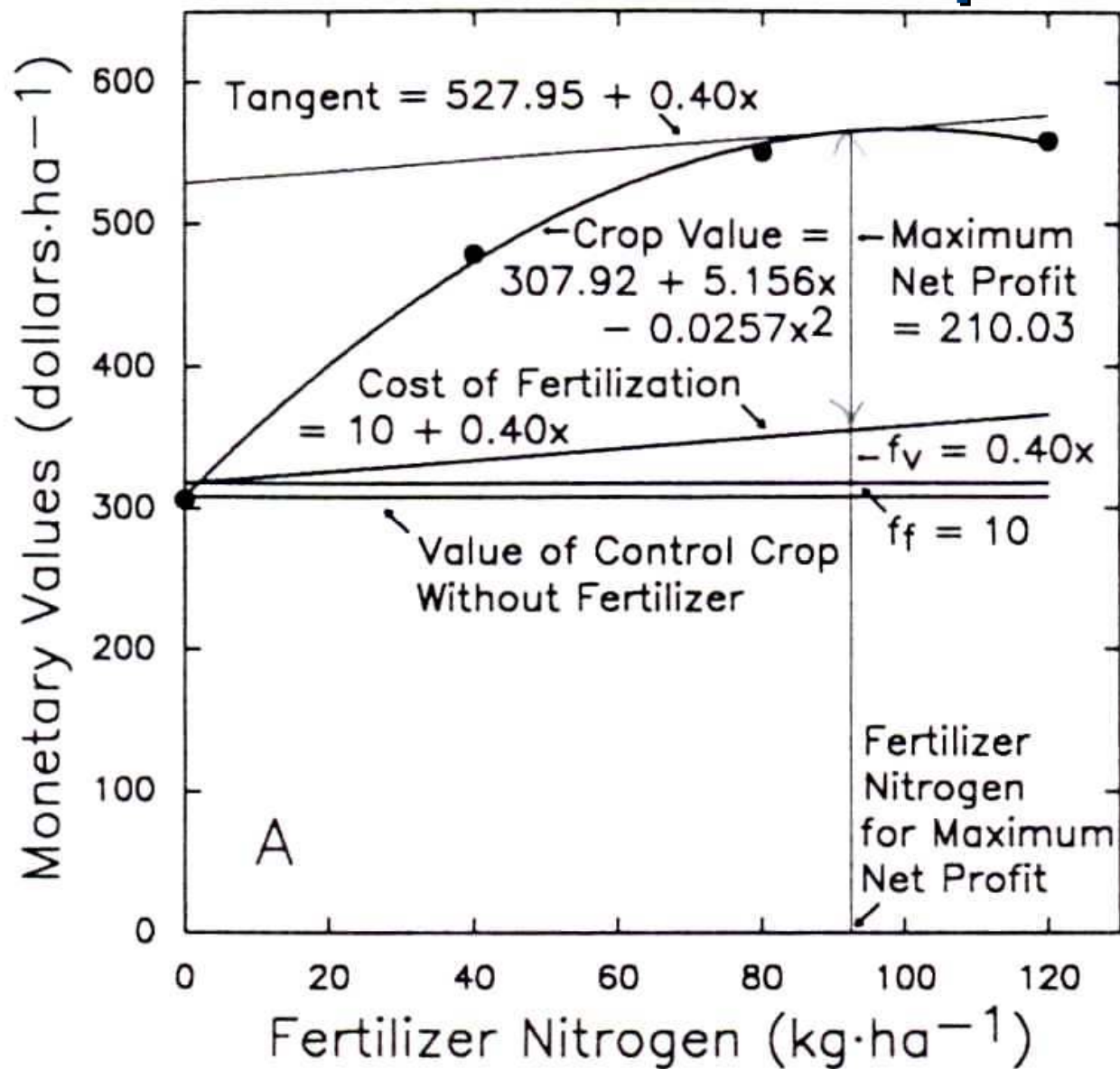
- $y = K$ para $x > p$



Ajuste de 4 modelos a la respuesta a P de caña de azúcar



Dosis económicamente óptima



Dosis económicamente óptima

- Si la derivada la iguala a cero y despeja \underline{x} obtiene la dosis para el máximo rendimiento físico. ($y' = 0$).
- Si la derivada la iguala a la relación de precios (Precio insumo (x)/precio producto(y)) y despeja \underline{x} obtiene la dosis económicamente óptima para condiciones de capital no limitante. ($y' = P_i/P_p$).

Interrelaciones de la respuesta vegetal al suministro de nutrientes y otros factores de crecimiento

- **La nutrición mineral tiene un efecto indirecto y parcial sobre el rendimiento**

FACTORES QUE AFECTAN EL CRECIMIENTO:

Son factores Genéticos y ambientales

- BIOLÓGICOS: -Genéticos
-Plagas, Malezas,
-Enfermedades
- ATMOSFÉRICOS: -Luz
-Temperatura
-Lluvia (agua)
-CO₂
- EDÁFICOS:
-Prop. Físicas: -aereación
-dinámica del agua
-penetrabilidad

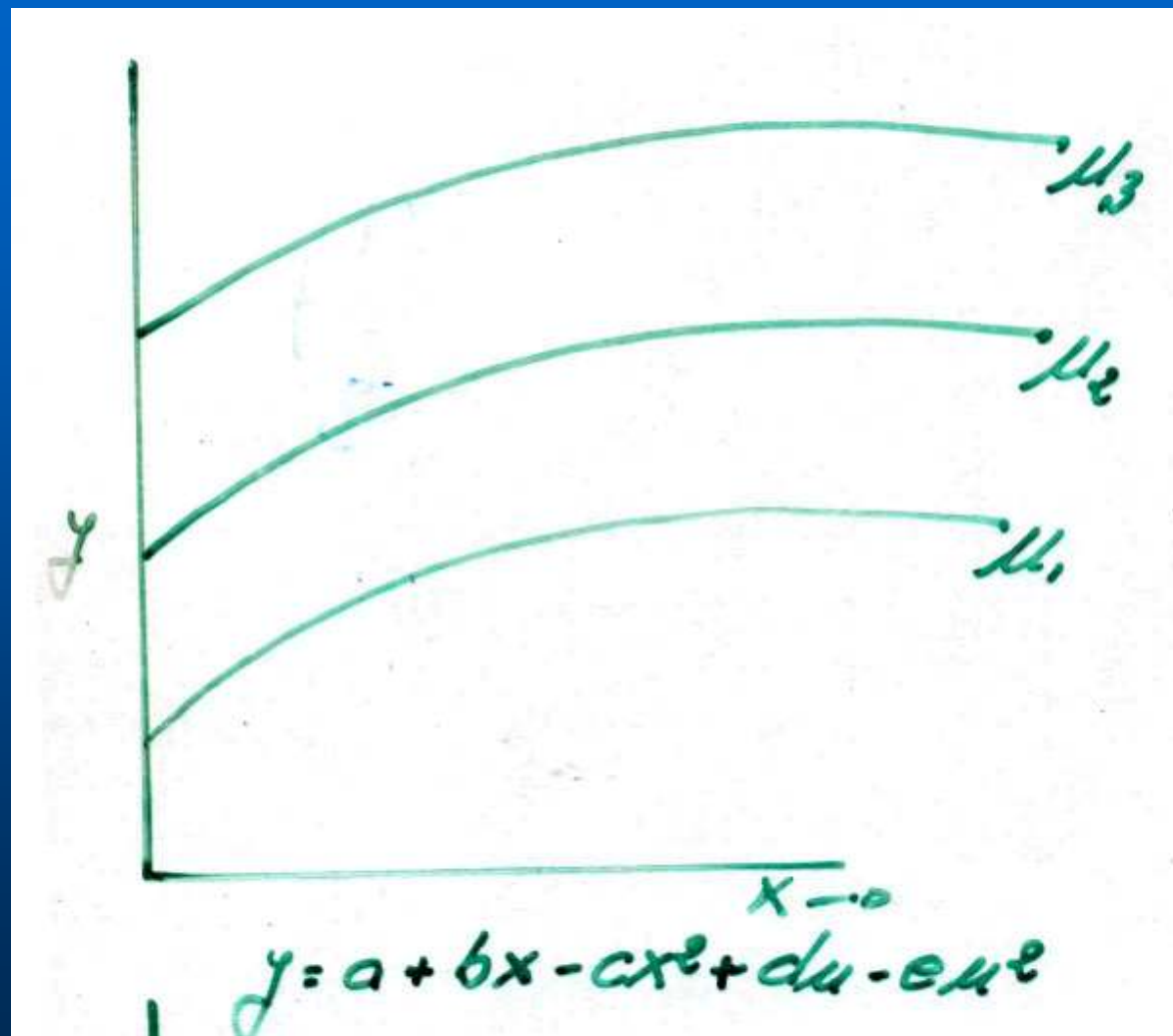
FACTORES QUE AFECTAN EL CRECIMIENTO:

Son factores Genéticos y ambientales

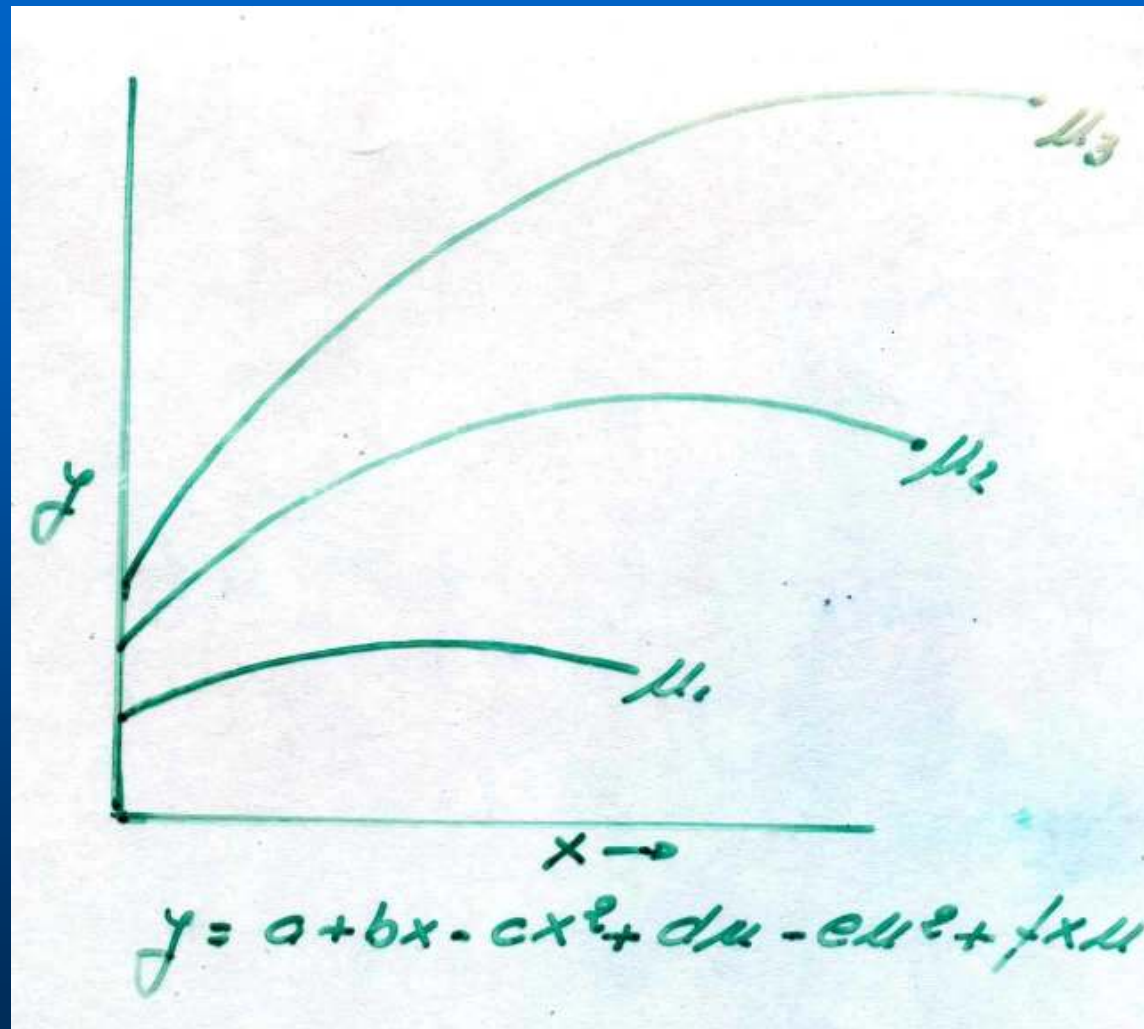
- **Prop. Químicas:**
 - -Nutrientes minerales
 - Reacción del suelo (pH)

- **MANEJO:**
 - Fecha de siembra
 - Densidad y distribución de plantas
 - Riego
 - Laboreo del suelo.
 - Poda y conducción, etc.

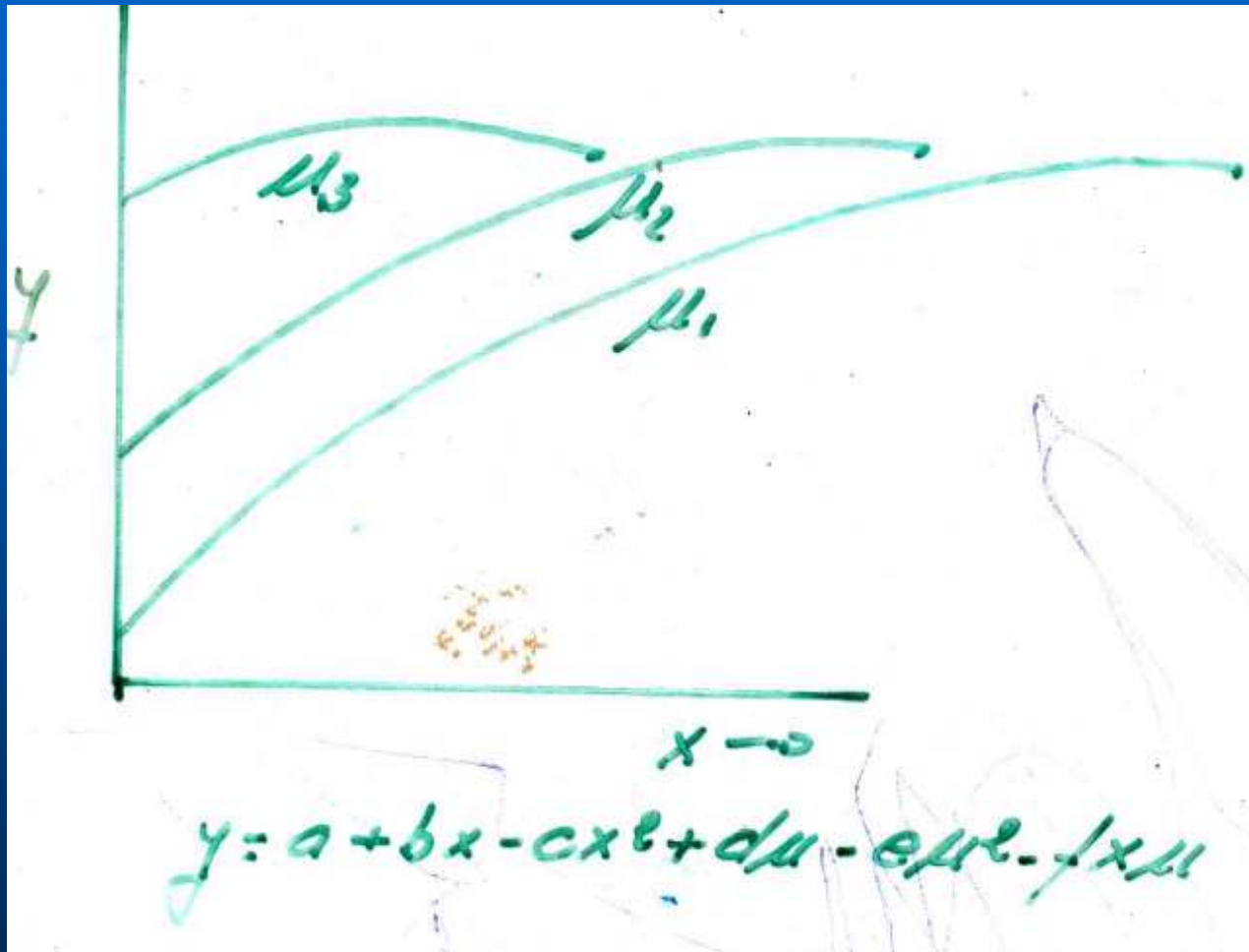
Sin interacción



Interacción positiva



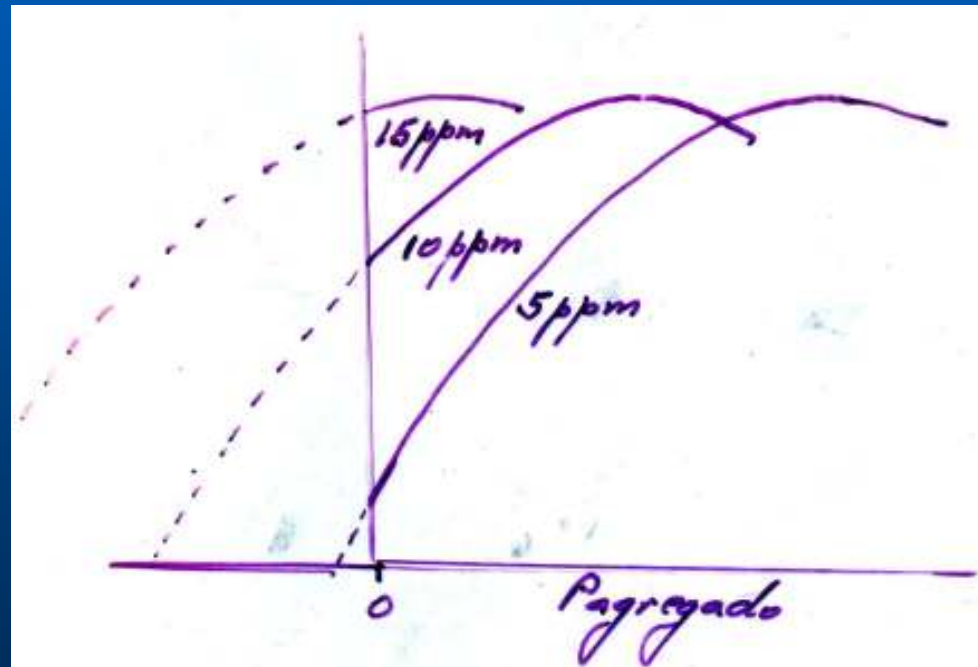
Interacción negativa



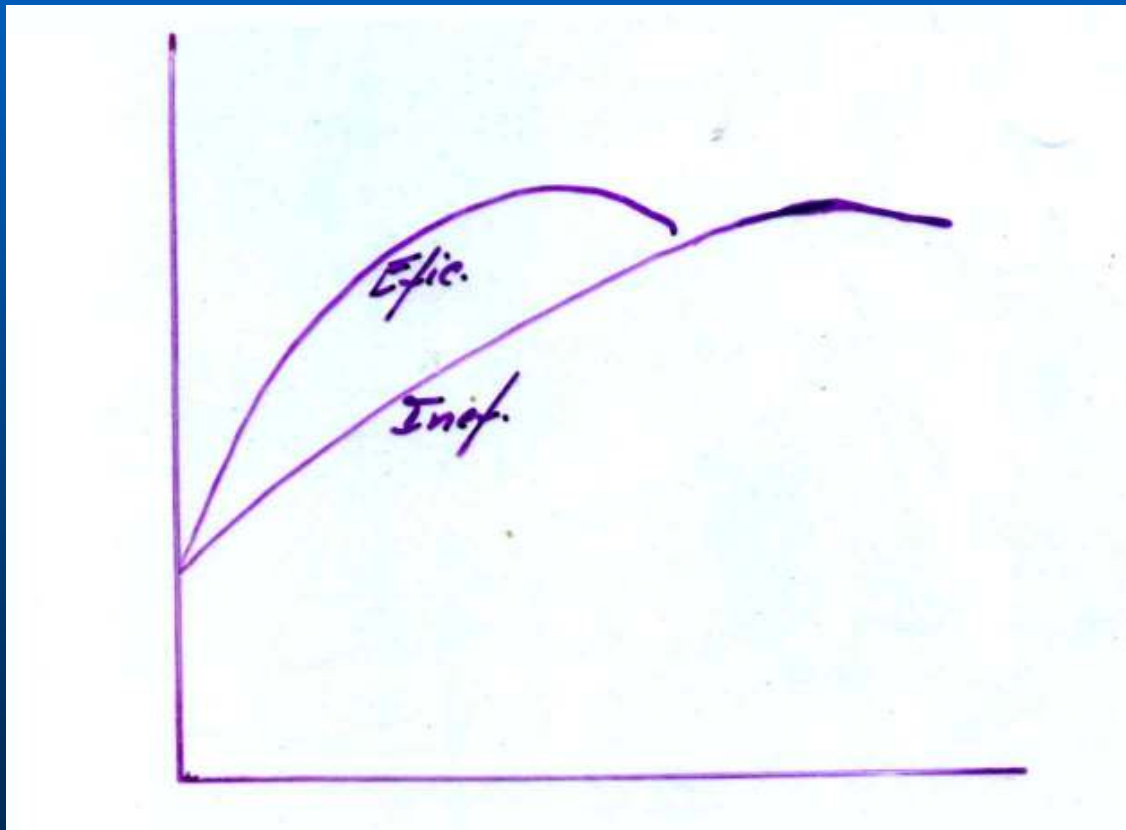
- Al aumentar el rendimiento hay factores que tienen mayor tendencia a hacerse limitantes :
- Oferta inelástica o elástica:
- $\text{CO}_2 > \text{luz o temperatura.}$
- $\text{N y agua del suelo} > \text{P del suelo}$

Ejemplo de algunas interacciones:

- Nivel inicial de nutriente en el suelo.



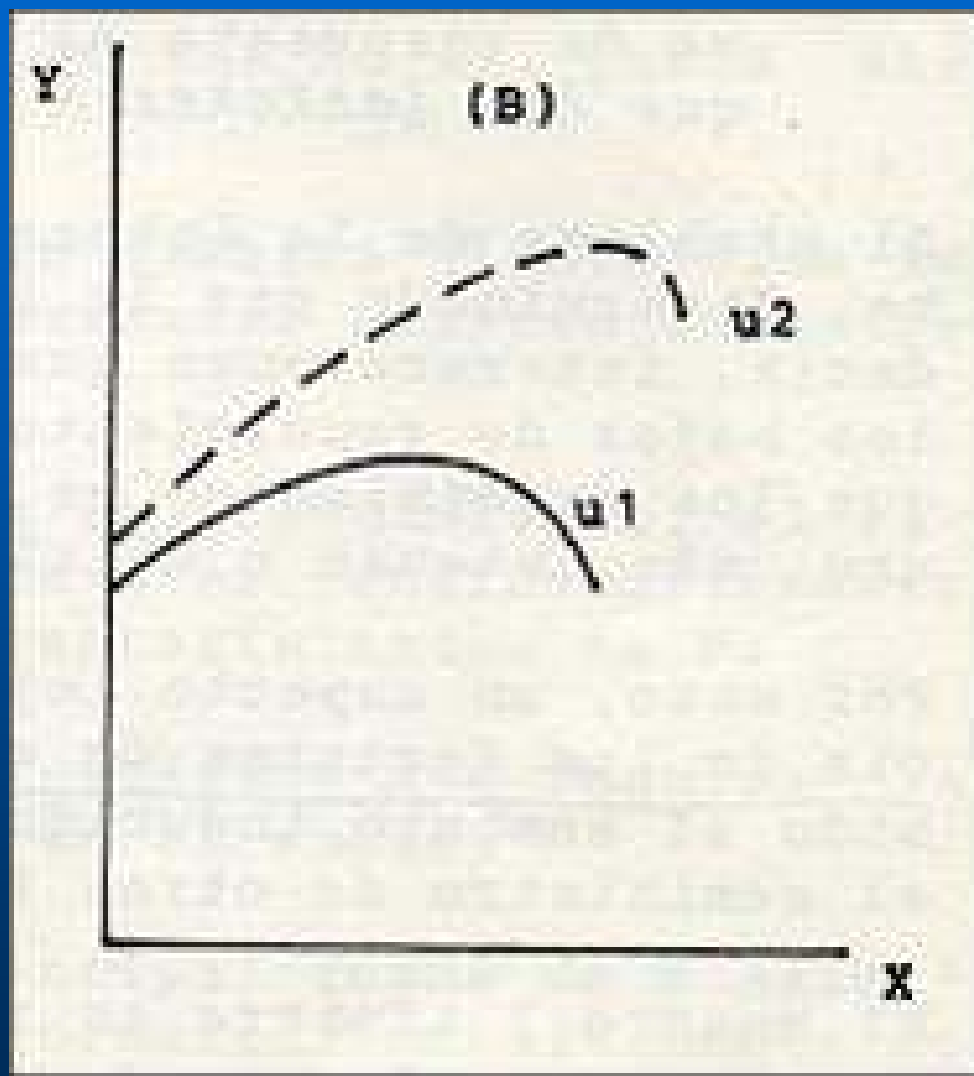
- Eficiencia del nutriente aplicado.



Interacciones nutricionales

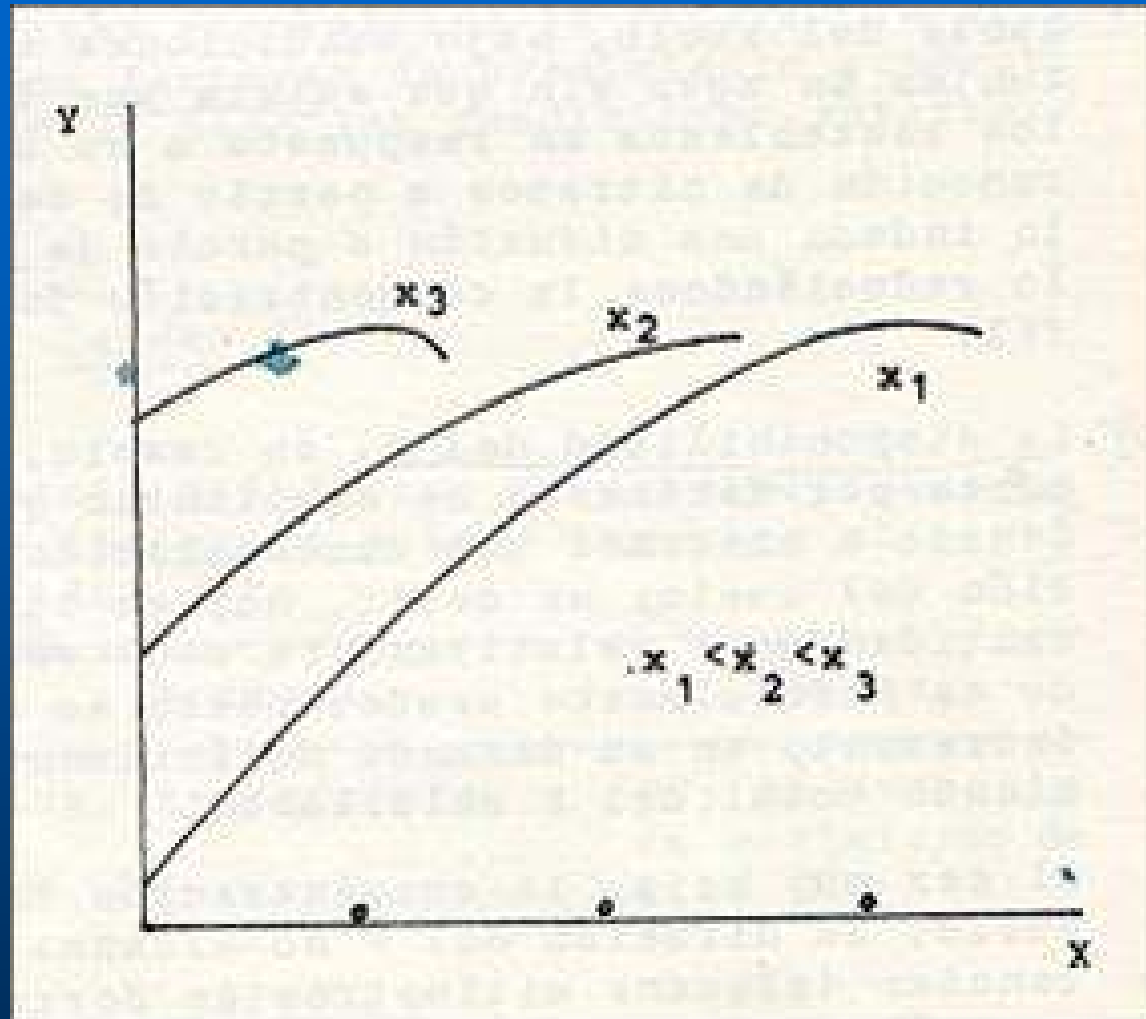
- Aumenta la respuesta:
 - Por mayor demanda al aumentar el potencial productivo. (Ej : N y P; N y riego; N y población)
 - Baja el aporte del suelo de otro nutriente. Por ej. Deficiencias inducidas:
 - K y Mg
 - P y Zn

Mayor demanda al aumentar el potencial productivo



Baja la respuesta

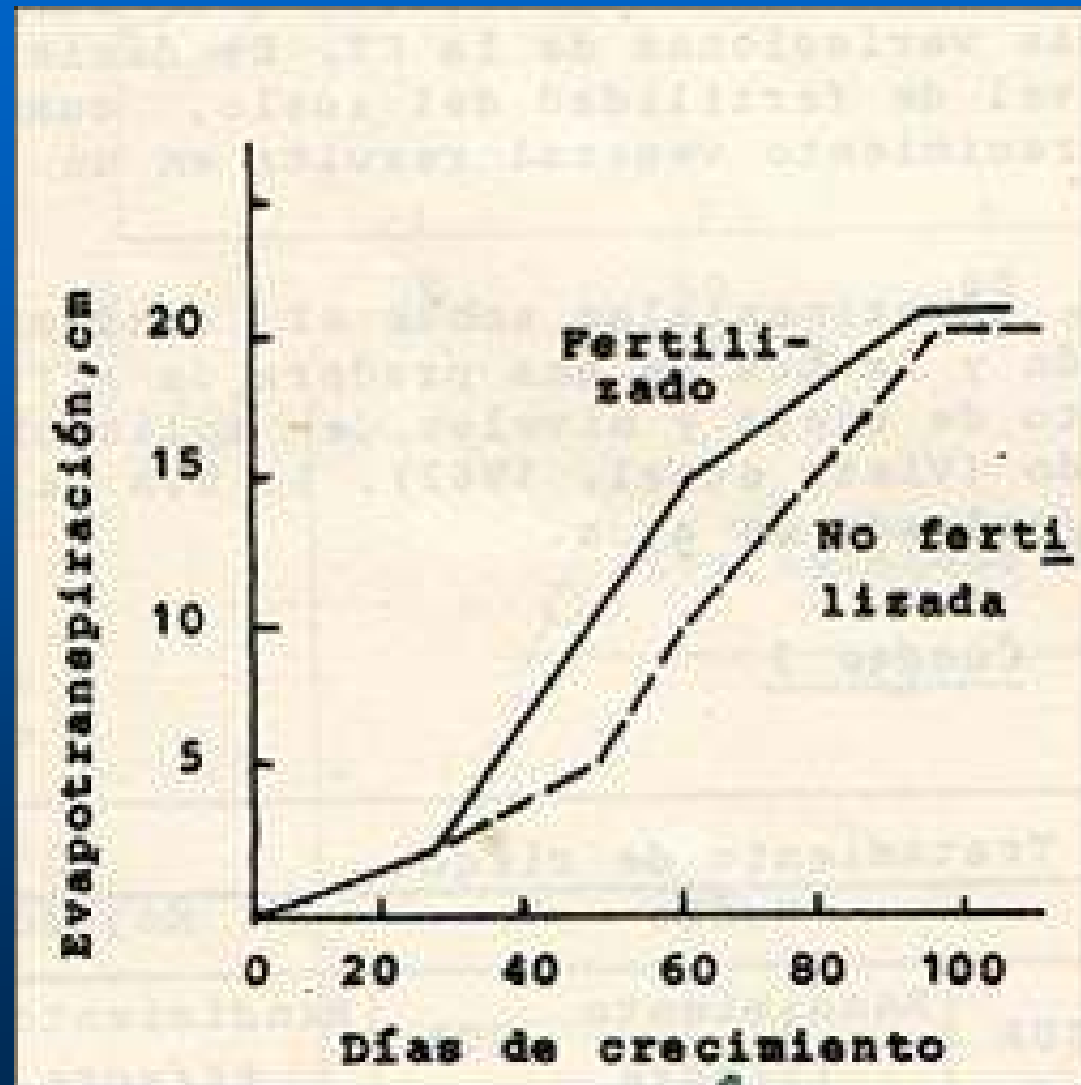
- **Aumenta la disponibilidad:**
 - Encalado : P , N, Mo.
 - P agregado y P del suelo
- **Interacción Na - K**



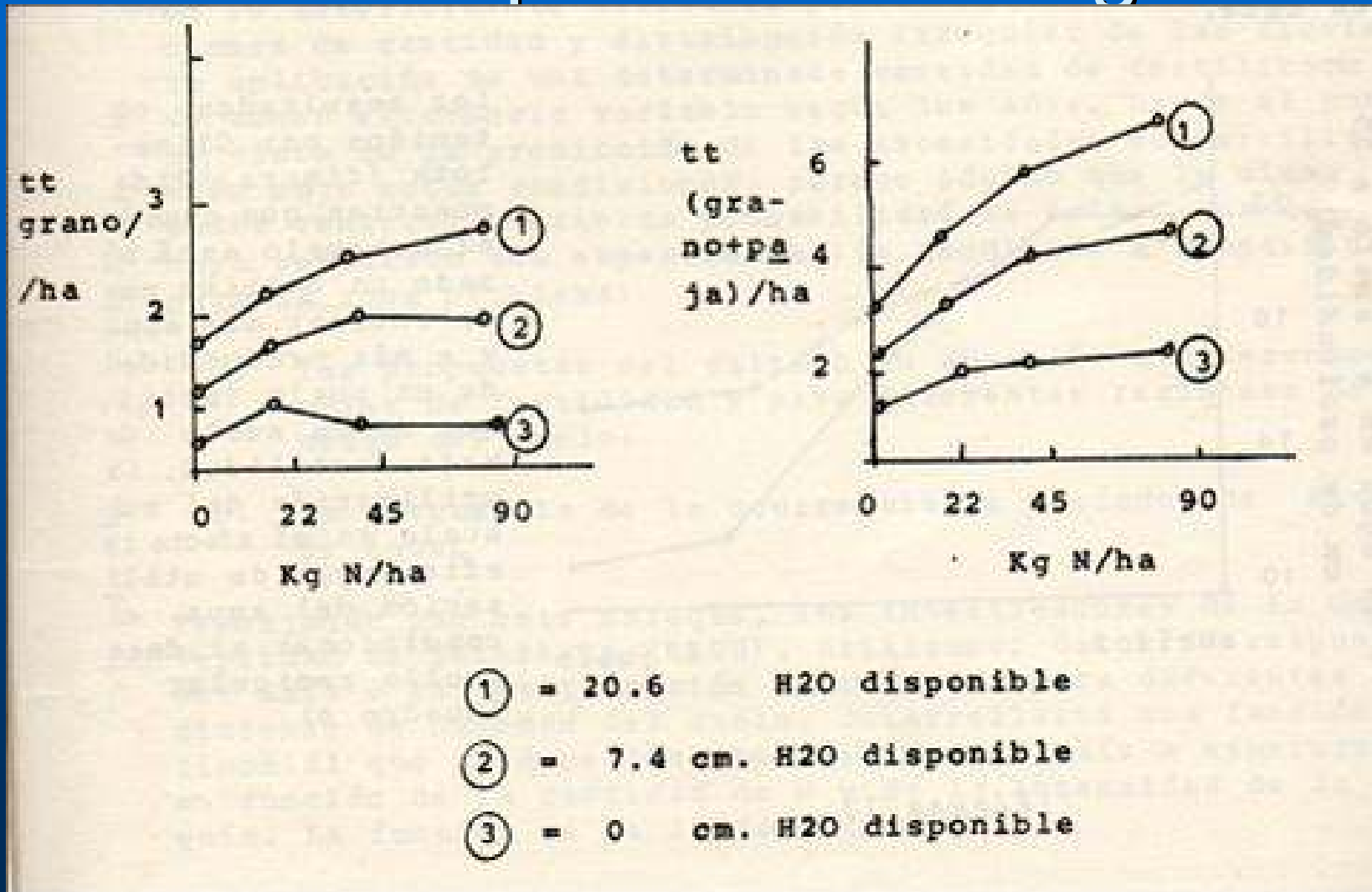
Interrelaciones agua, nutrientes, y respuesta vegetal

- Aumenta el potencial productivo
 - Riego
 - Suelos con menor riesgo de sequía
 - Cambio en el uso total del agua.
 - Cambio en la eficiencia de uso del agua.
-
- Aumenta la $E.U.A. = Y / ET$
(Peso seco producido/ evapotranspiración)

Cambio en el uso del agua en el tiempo

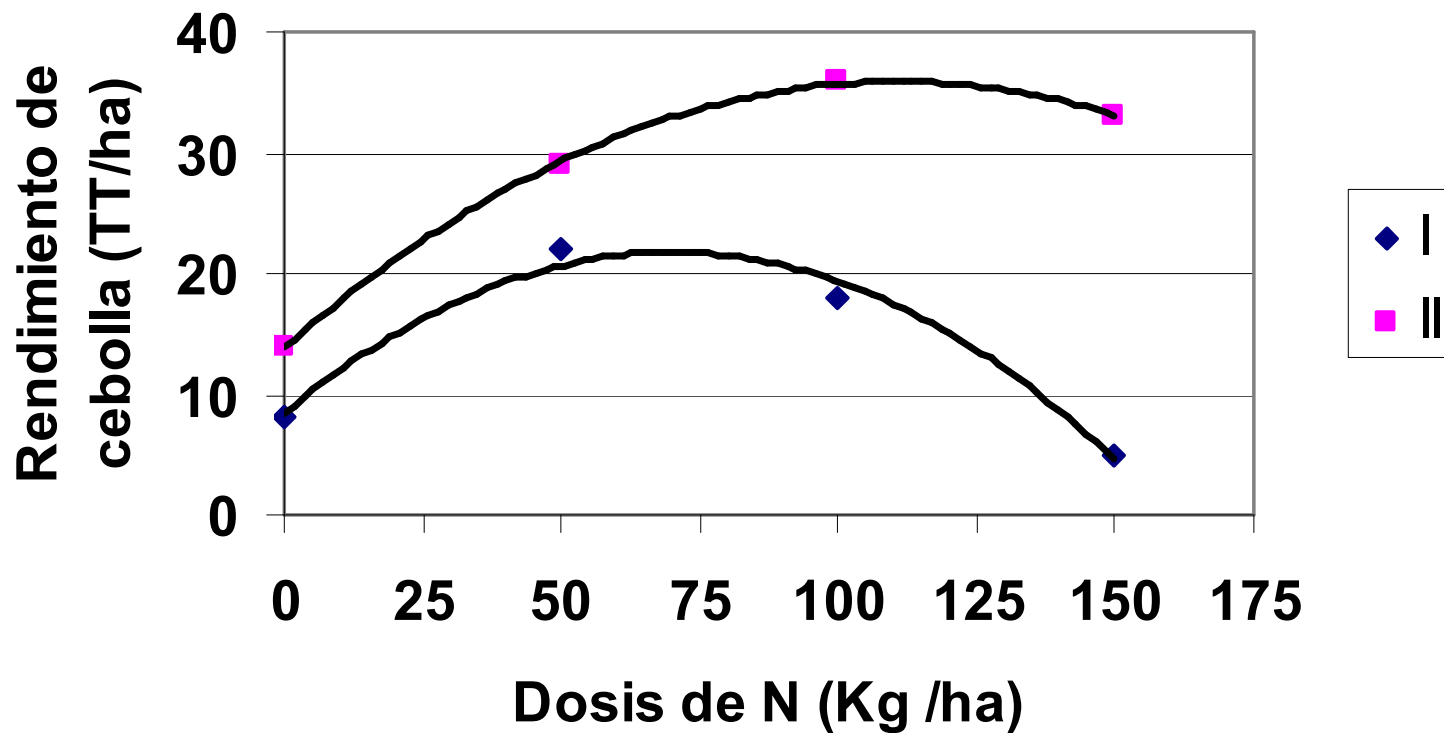


Si el agua es limitante puede afectar la producción de grano

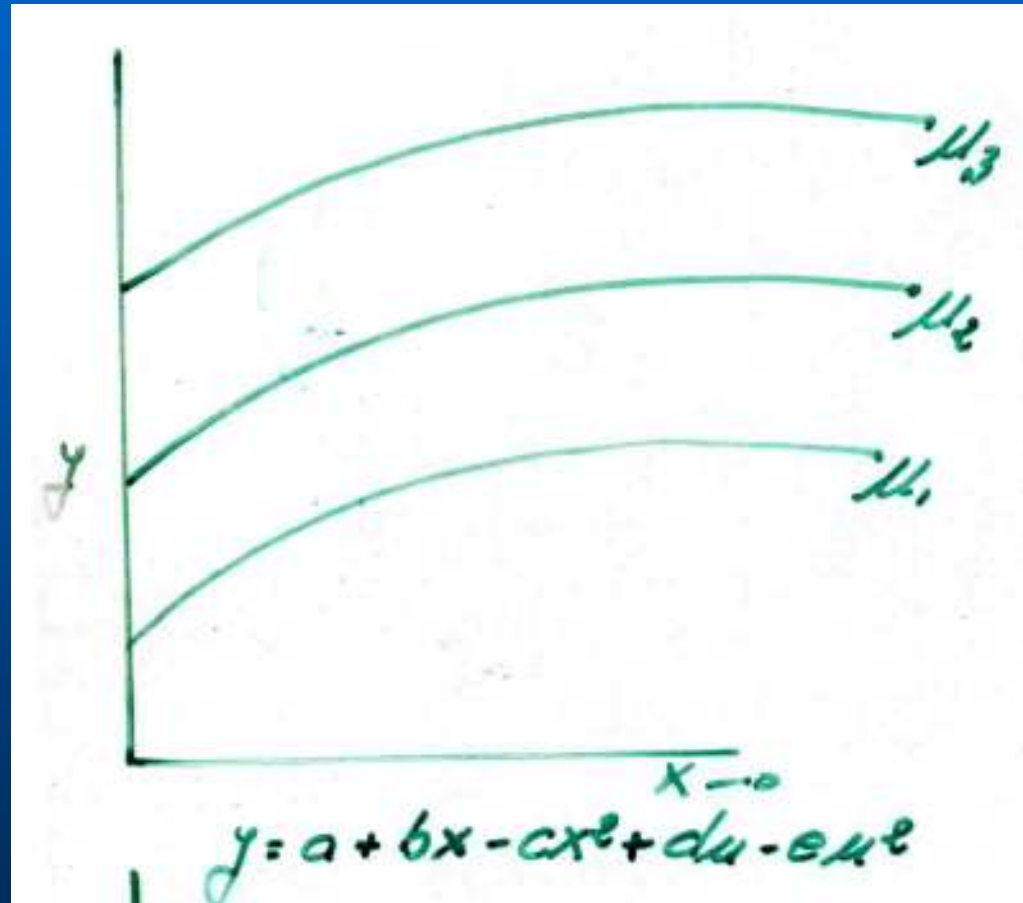


Densidad de plantas y suministro de nutrientes móviles (N)

Respuesta a N con dos poblaciones de cebolla

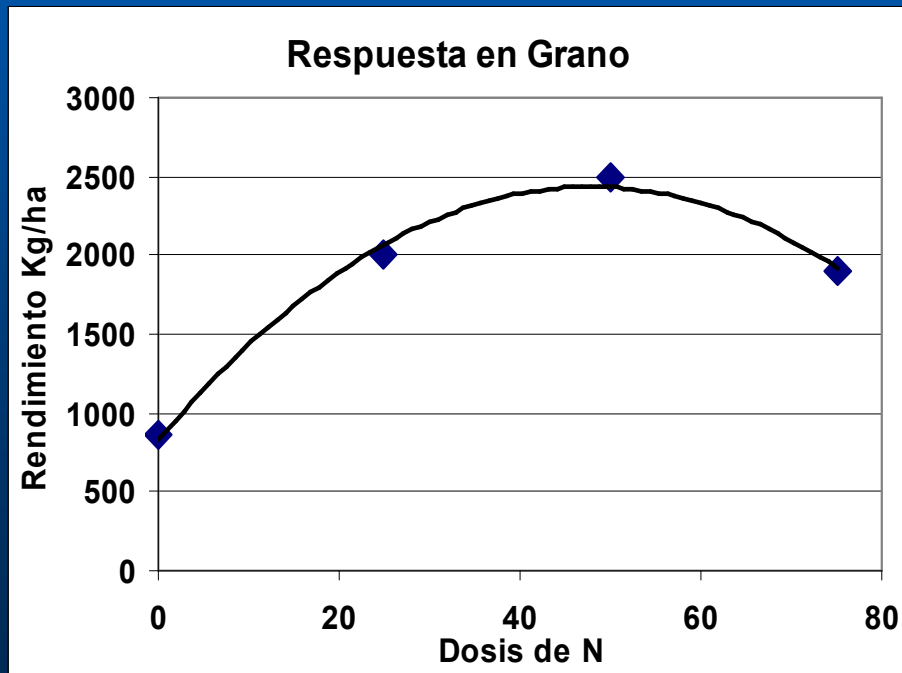


Densidad de plantas y suministro de nutrientes inmóviles (P)

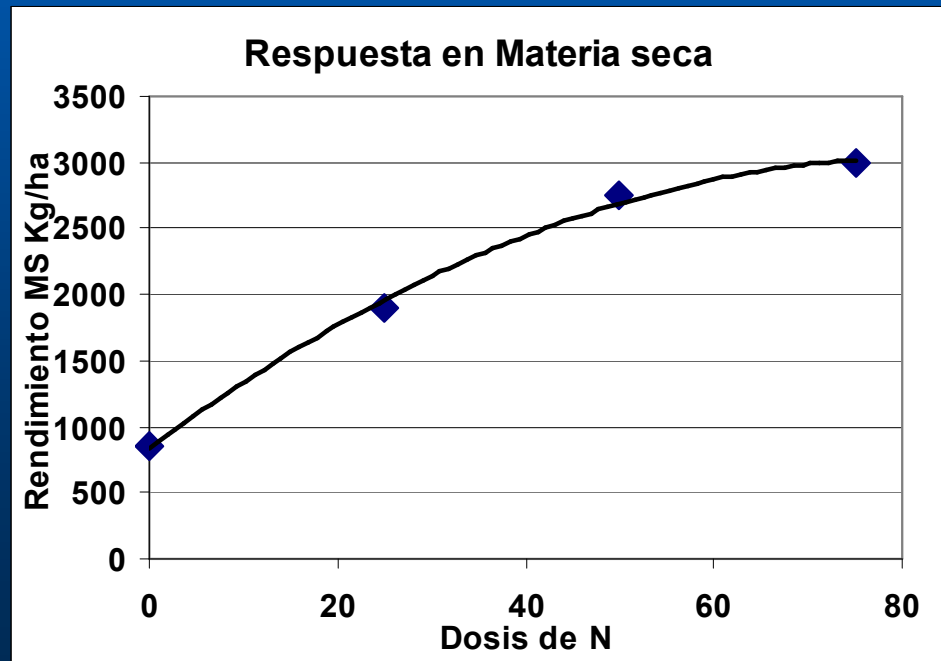


Densidad de plantas y suministro de nutrientes.

- **Rendimiento en grano (u otra parte de acumulación como tallos o raíces).**



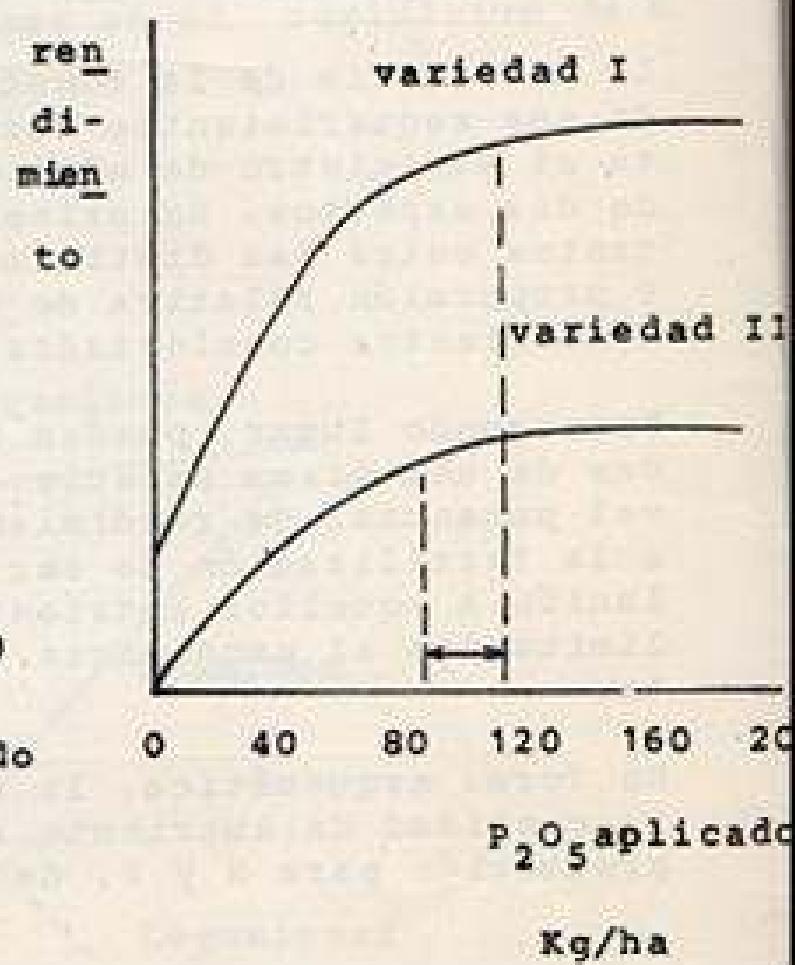
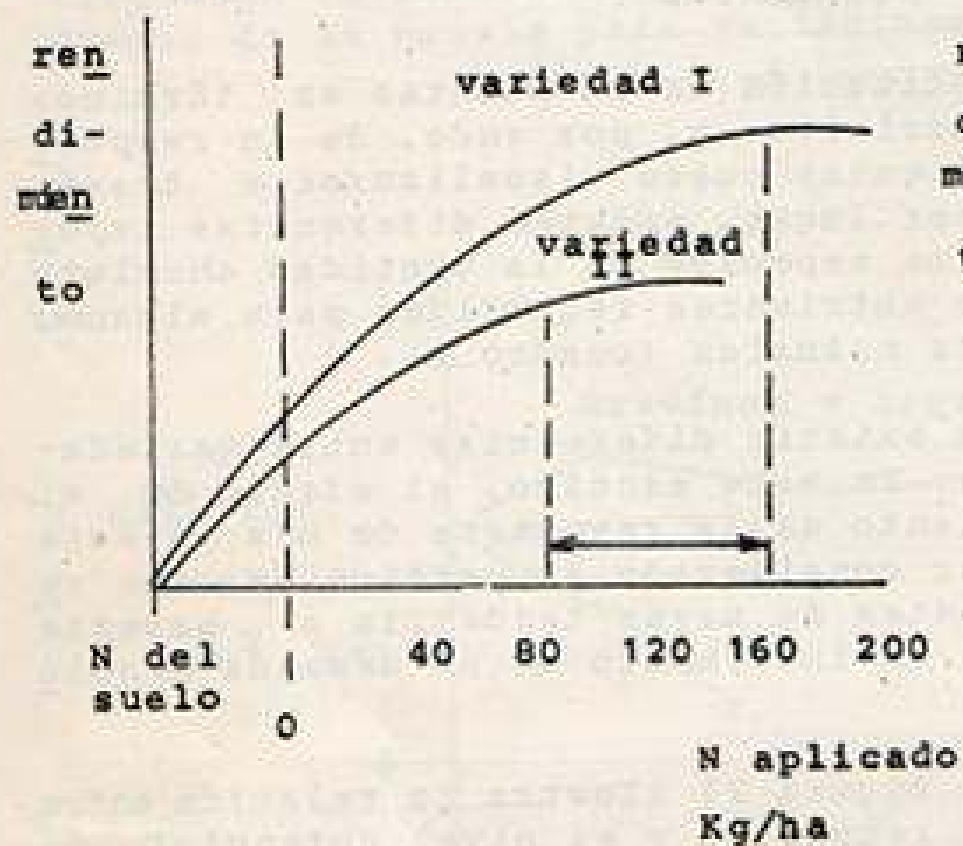
- **Rendimiento vegetativo (MS total)**



Genotipo y respuesta al suministro de nutrientes

Ejemplos :

- **maíz y respuesta a N (variedades-híbridos; maíz dulce)**
- **encalado de suelo y respuesta de diferentes genotipos (especies diferentes, variedades de alfalfa, soja, etc).**
- **Respuesta a P de diferentes especies.**



Comparison of Models for Describing Corn Yield Response to Nitrogen Fertilizer

M.E. Cerrato and A.M. Blackmer.

Agronomy Journal. 82:138-143).1990

1- El Problema

- -Evidencias de dosis excesivas de fertilizante N aplicado en maíz.

2- Objetivos

- -Análisis crítico de cómo se llegó a esas recomendaciones.
- -Evaluar la capacidad de distintos modelos matemáticos para elaborar esas recomendaciones.

3- Materiales y métodos

- 12 Ensayos: -4 sitios en 1985.
 -2 sitios en 1986.
 -6 sitios en 1987.

- -10 dosis (Kg N/ha):

<u>0</u>	28	56	84	<u>112</u>	140	168
	<u>224</u>	280	<u>336</u>			

Modelos:

1) $y = a + bx$ $y = P$

2) $y = a + bx - cx^2$ $y = P$

3) $y = a + bx - cx^2$

4) $y = M (1 - \exp^{-c(x+b)})$

5) $y = a + bx + cx^{0.5}$

-Óptimos económicos

-Y máx. -R²

-Distribución: observado-calculado

-Potenciales pérdidas económicas

-Ajuste 10 dosis vs. Ajuste 4 dosis

Table 2. Economic optimum rates of N fertilization predicted by each model at each site-year.†

Site-year	Predicted economic optimum rates of fertilization				
	Linear plus plateau	Quadratic plus plateau	Quadratic	Exponential	Square root
	kg ha ⁻¹				
1-1986	120	173	227	242	344
2-1986	198	302	302	493	323
3-1986	130	196	227	218	276
4-1986	130	195	236	294	504
5-1986	104	163	222	222	287
6-1986	133	212	241	300	680
1-1987	94	124	188	156	153
2-1987	111	108	141	87	75
3-1987	102	153	211	194	221
4-1987	152	215	245	317	870
5-1987	115	154	215	205	258
6-1987	149	216	241	292	560
Mean	128	184	225	252	379

† The fertilizer-to-corn price ratio used was 3.36, which is consistent with values of \$0.0987 kg⁻¹ (\$2.50 bu⁻¹) for corn and \$0.33 kg⁻¹ (\$0.15 lb⁻¹) for fertilizer.

Table 3. Coefficients of determination (R^2 values) for models describing relationships between N rate and grain yields.†

Site-year	R^2 values				
	Linear plus plateau	Quadratic plus plateau	Quadratic	Exponential	Square root
1-1986	0.90 (0.93)	0.91 (0.93)	0.89 (0.93)	0.91 (0.93)	0.87 (0.93)
2-1986	0.96 (0.98)	0.95 (0.98)	0.97 (0.98)	0.94 (0.97)	0.90 (0.97)
3-1986	0.78 (0.96)	0.82 (0.96)	0.82 (0.97)	0.84 (0.94)	0.84 (0.93)
4-1986	0.92 (0.99)	0.91 (0.99)	0.90 (0.97)	0.89 (0.99)	0.83 (0.99)
5-1986	0.94 (0.95)	0.95 (0.96)	0.92 (0.95)	0.95 (0.96)	0.92 (0.96)
6-1986	0.94 (0.98)	0.95 (0.98)	0.95 (0.97)	0.94 (0.98)	0.91 (0.98)
1-1987	0.85 (0.80)	0.85 (0.80)	0.79 (0.82)	0.76‡	0.73 (0.89)
2-1987	0.24 (0.77)	0.23 (0.77)	0.22 (0.78)	0.22‡	0.22 (0.81)
3-1987	0.73 (0.82)	0.75 (0.83)	0.75 (0.80)	0.75 (0.83)	0.74 (0.83)
4-1987	0.93 (0.91)	0.92 (0.94)	0.91 (0.92)	0.90 (0.94)	0.84 (0.94)
5-1987	0.89 (0.94)	0.88 (0.93)	0.86 (0.90)	0.87 (0.94)	0.84 (0.90)
6-1987	0.91 (0.95)	0.92 (0.97)	0.91 (0.96)	0.91 (0.97)	0.89 (0.97)
Mean	0.83 (0.92)	0.84 (0.92)	0.82 (0.91)	0.82 (0.95)	0.79 (0.93)

† Values in parentheses indicate R^2 values obtained when models were fitted to response data from only four rates of N (0, 112, 224, 336 kg ha⁻¹).

‡ Values could not be obtained because the model failed to fit yield data from these sites.

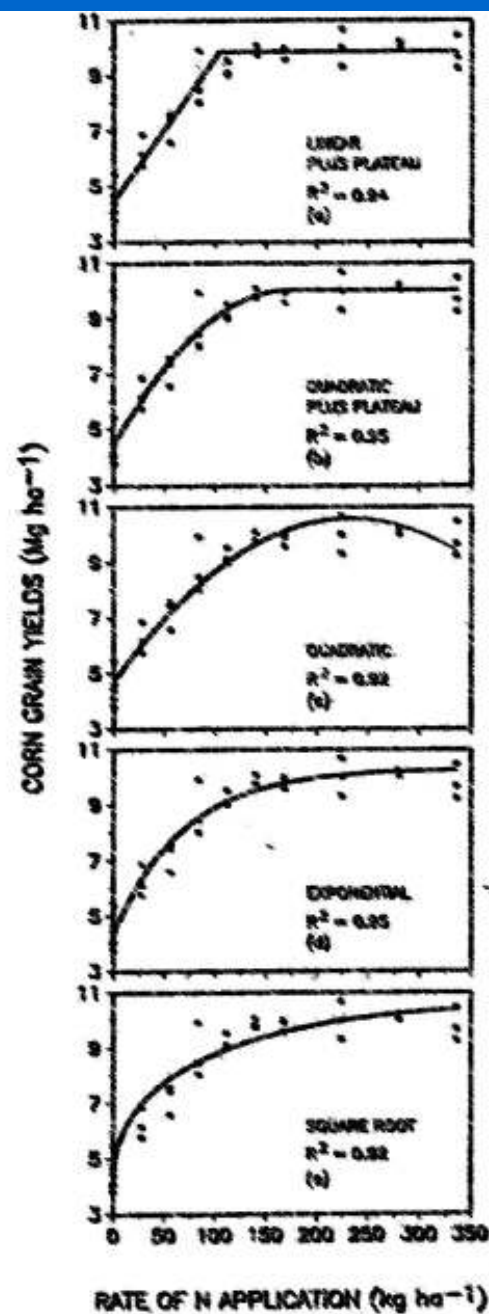


Fig. 1. Example of how each of the five models fits the response data for one site-year (Site 5 in 1986).

Table 4. Maximum yields predicted by each model at each site-year.

Site-year	Predicted maximum yields				
	Linear plus plateau	Quadratic plus plateau	Quadratic	Exponential	Square root
	Mg ha ⁻¹				
1-1986	11.0	11.1	11.7	11.4	11.9
2-1986	12.9	13.2	13.2	15.0	10.5
3-1986	10.7	11.0	11.3	11.1	11.2
4-1986	11.1	11.3	11.9	11.9	13.3
5-1986	9.9	9.9	10.6	10.2	10.5
6-1986	8.2	8.4	8.8	9.0	12.6
1-1987	8.6	8.5	9.2	8.6	8.5
2-1987	8.5	8.4	8.6	8.4	8.4
3-1987	9.7	9.8	10.4	9.9	9.9
4-1987	10.2	10.3	10.7	11.0	15.7
5-1987	9.3	9.3	9.8	9.8	9.7
6-1987	9.9	10.0	10.4	10.5	12.4
Mean	10.0	10.1	10.6	10.6	11.2

Table 5. Mean (across 12 site-years) predicted economic optimum rates of fertilization at various fertilizer-to-corn price ratios.

Price ratio	Mean predicted economic optimum rates				
	Linear plus plateau	Quadratic plus plateau	Quadratic	Exponential	Square root
	kg ha ⁻¹				
2	128	190	233	296	490
4	128	182	221	237	347
6	128	174	208	203	261
8	128	165	196	179	205
10	128	157	184	160	163

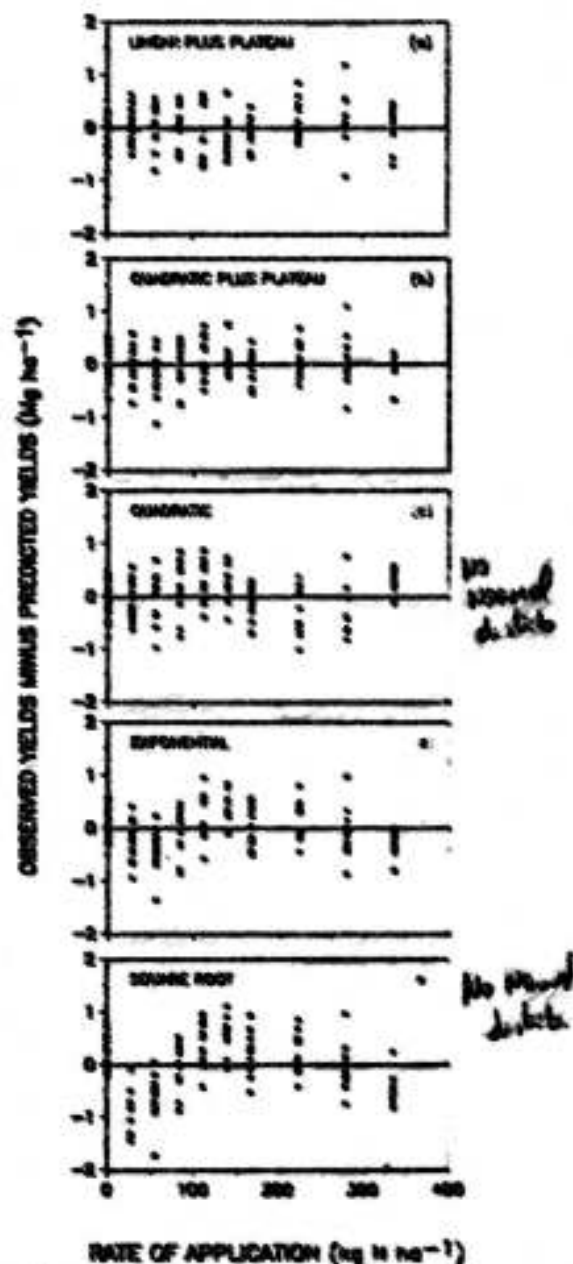


Fig. 2. Deviations from regressions (observed yields - predicted yields) observed when all models were fit to individual site-years. Each point represents a treatment mean for a site-year.

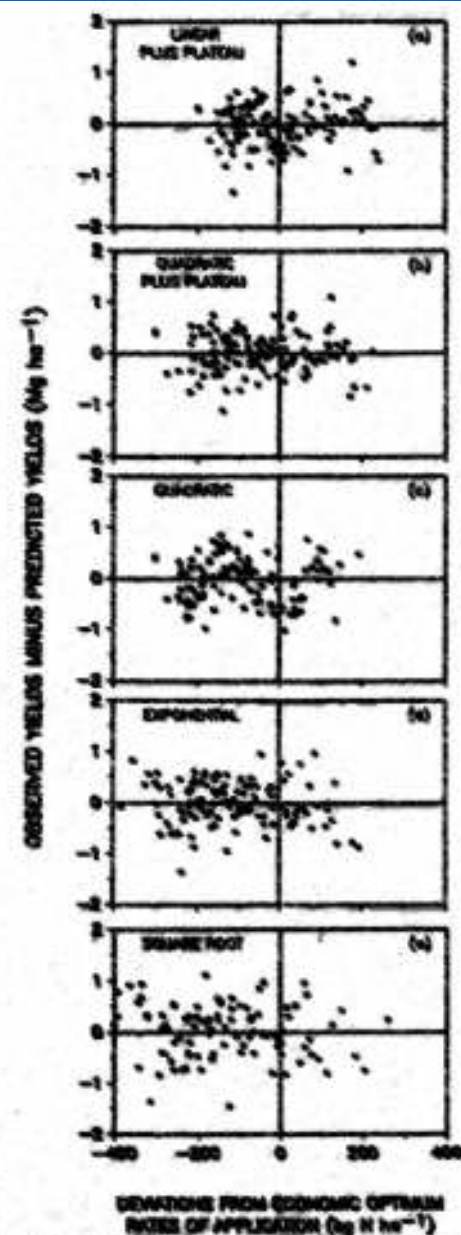


Fig. 3. Deviations from regressions observed when all models were fit to individual site-years. Points from each site-year are positioned relative to predicted economic optimum rates of fertilization (at a fertilizer-to-corn price ratio of 3.36), which are located in the centers of the figures.

Table 6. Mean (across 12 site-years) economic losses of income resulting from incorrect selection of response model.

Model used to identify optimum rate	Mean economic losses†				
	If linear plus plateau is correct	If quadratic plus plateau is correct	If quadratic is correct	If exponential is correct	If square root is correct
	\$ ha ⁻¹				
Linear plus plateau	0	47	92	59	105
Quadratic plus plateau	19	0	19	14	56
Quadratic	32	16	0	7	42
Exponential	43	25	33	0	11
Square root	86	68	664	35	0

† Calculations are based on a fertilizer-to-corn price ratio of 3.36.

MUCHAS GRACIAS

PREGUNTAS?